MAGNITUD FÍSICA

Una magnitud o magnitud física, es todo aquello que se puede medir y que es percibido por algún medio, por ejemplo: la velocidad de un vehículo, el volumen de un cilindro, la fuerza que ejerce una persona, el calor producido por una plancha eléctrica, etc.

1.1 CLASIFICACION

1.1.1. POR SU ORIGEN:

a) MAGNITUDES FUNDAMENTALES*:* Son aquellos que sirven de base para determinar las demás magnitudes. Por ejemplo: Longitud (L), Masa (M) y Tiempo (T).

b) MAGNITUDES DERIVADAS: Son aquellas magnitudes que se establecen en función de las magnitudes fundamentales. Por ejemplo: volumen, velocidad, aceleración, fuerza, trabajo, presión, temperatura, etc.

1.1.2. POR SU NATURALEZA

c) MAGNITUDES ESCALARES*:* Son aquellas magnitudes que quedan perfectamente determinadas con solo conocer su valor numérico y su respectiva unidad. Por ejemplo: Longitud, Masa, Tiempo, Área, etc.

d) MAGNITUDES VECTORIALES: Son aquellas magnitudes en las que además de conocer su valor numérico y su unidad, se necesita conocer su dirección y sentido. Por ejemplo: Velocidad, Aceleración, Fuerza, Peso, etc.

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)		
MAGNITUDES FUNDAMENTALES	DIMENSION	**SÍMB**
LONGITUD	L	m
MASA	M	kg
TIEMPO	T	s
TEMPERATURA	Θ	K
INTENSIDAD DE CORRIENTE ELECTRICA	I	A
INTENSIDAD LUMINOSA	J	cd
CANTIDAD DE SUSTANCIA	N	mol

MAGNITUDES SUPLEMENTARIAS	UNIDAD	SÍMBOLO
ANGULO PLANO	radian	rad
ANGULO SÓLIDO	estereorradián	sr

SISTEMA ABSOLUTO

Es el sistema que considera como magnitudes fundamentales a la longitud, masa y tiempo. Tiene tres subsistemas.

SUBSISTEMA	LONGITUD	MASA	TIEMPO
MKS	M	kg	S
CGS	cm	g	S
FPS	pie	lb	S

1.3. SISTEMA GRAVITATORIO O TÉCNICO

Conocido también como "Sistema Relativo". Considera coma magnitudes fundamentales a la longitud, la fuerza y el tiempo. También tiene tres subsistemas.

SUBSISTEMA	LONGITUD	FUERZA	TIEMPO
MKS	m	kg-f	S
CGS	cm	g-f	S
FPS	pie	lb-f	S

1.4. MULTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DEL SI

Con el fin de facilitar la expresión de las magnitudes el SI tiene los múltiplos y submúltiplos.

PREFIJO		SÍMBOLO	FACTOR
MÚLTIPLOS	exa	**E**	10^{18}
	peta	**P**	10^{15}
	tera	**T**	10^{12}
	giga	**G**	10^{9}
	mega	**M**	10^{6}
	kilo	**k**	10^{3}
	hecto	**h**	10^{2}
	deca	**da**	10
SUBMULTIPLOS	deci	**d**	10^{-1}
	centi	**c**	10^{-2}
	mili	**m**	10^{-3}
	micro	**μ**	10^{-6}
	nano	**n**	10^{-9}
	pico	**p**	10^{-12}
	femto	**f**	10^{-15}
	atto	**a**	10^{-18}

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Es una parte de la física que estudia la forma como se relacionan las magnitudes fundamentales con las derivadas.

Fines del análisis dimensional

- Sirven para expresar las magnitudes derivadas en función con las fundamentales.
- También sirven para verificar la veracidad de una fórmula física.
- Sirven para deducir las fórmulas a partir de experimentos.

Ecuaciones dimensionales

Es aquella igualdad matemática que sirve para relacionar las magnitudes derivadas en función de las fundamentales.

En su forma general, una ecuación dimensional se escribe de la siguiente manera:

$$[x] = L^a M^b T^c \theta^d I^e J^f N^g$$

Notación:

[A] : Ecuación dimensional de A

Principio de homogeneidad

Una ecuación será homogénea, si es dimensionalmente correcta. Por lo tanto, todos sus términos serán iguales.

Ejemplo:

Siendo:

A = B + C + D; Si la fórmula es correcta, entonces se cumple que: [A] = [B] = [C] = [D]

Primera Propiedad:

Los ángulos, las funciones trigonométricas, las funciones logarítmicas y en general cualquier número son adimensionales; es decir la ecuación dimensional de todos ellos es igual a la unidad

Ejemplos:

- [30°]=1
- [12π rad]
- [cos 30°]=1

Segunda Propiedad:

Las dimensiones de una magnitud física no cumplen con las leyes de la adición y sustracción.

Ejemplo:

- $3L + 2L + L = L$
- $4LT^{-2} + LT^{-2} - 12LT^{-2} = LT^{-2}$

FÓRMULAS DIMENSIONALES MAS USADAS

MAGNITUD DERIVADA	FÓRMULA DIMENSIONAL
Área	L^2
Volumen	L^3
Velocidad lineal	LT^{-1}
Aceleración lineal	LT^{-2}
Velocidad angular	T^{-1}
Aceleración angular	T^{-2}
Caudal	$L^3 T^{-1}$
Fuerza	LMT^{-2}
Torque o Momento	L^2MT^{-2}
Trabajo o energía	L^2MT^{-2}
Potencia	L^2MT^{-3}
Cantidad de movimiento	LMT^{-1}
Impulso	LMT^{-1}
Densidad absoluta	$L^{-3}M$
Peso especifico	$L^{-2}MT^{-2}$
Presión	$L^{-1}MT^{-2}$
Periodo	T
Frecuencia	T^{-1}
Coeficiente de dilatación	θ^{-1}
Capacidad calorífica	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$
Calor especifico	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Calor latente	L^2T^{-2}
Carga eléctrica	TI
Campo eléctrico	$LMT^{-3}I^{-1}$
Potencial eléctrico	$L^2MT^{-3}I^{-1}$
Capacidad eléctrica	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$
Resistencia eléctrica	$L^2MT^{-3}I^{-2}$
Carga magnética	LI
Inducción magnética	$MT^{-2}I^{-1}$
Flujo magnético	$L^2MT^{-2}I^{-1}$
Iluminación	$L^{-2}J$

ANÁLISIS VECTORIAL

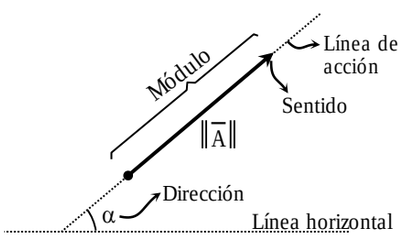
DEFINICIÓN DE VECTOR

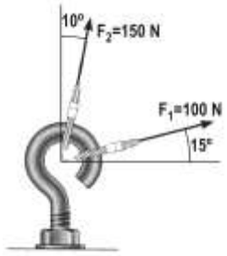
Es un ente matemático que sirve para representar a las magnitudes de carácter vectorial. Se trata de segmentos de recta con orientación; si se dibujan a escala se representa la medida de la cantidad.

Para representar la dirección de las cantidades vectoriales se han ideado a los VECTORES.

Ejemplos: Desplazamiento, velocidad, fuerza, impulso, aceleración, campo eléctrico, etc.

ELEMENTOS DE UN VECTOR





Ejemplo práctico vectores concurrentes

- **Módulo:** Llamado también NORMA o TAMAÑO, es la medida de la longitud del vector, el módulo se representará mediante la notación:
  $\|\overline{A}\|$**:** se lee "Módulo de $\overline{A}$"; si un vector no aparece con flecha encima se sobreentiende que se refiere al módulo, es decir: $A = \|\overline{A}\|$

- **Dirección:** Es el ángulo que forma el vector con respecto a un sistema de coordenadas cartesianas (por lo general se toma la orientación con respecto al semieje positivo de las abscisas).

- **Sentido:** Representado por la flecha del vector.

- **Línea de Acción:** Es aquella línea donde se encuentra contenido el vector a través de la cual puede deslizarse.

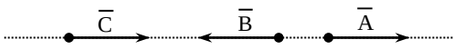
Representación Analítica de un Vector
Dados dos puntos A y B que determinan un vector sobre el plano, la forma vectorial se define por:

$$\boxed{\overline{V} = B - A} \text{ o también}$$

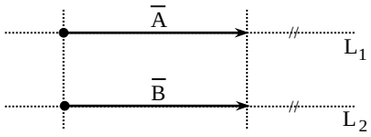
$$\boxed{\overline{V} = \text{Punto final} - \text{Punto inicial}}$$

CLASIFICACIÓN DE LOS VECTORES:

1. Vectores colineales: Son aquellos que se encuentran contenidos en una misma línea de acción.



2. Vectores iguales: Dos vectores serán iguales cuando tienen la misma dirección, módulo y sentido. $L_1 // L_2$



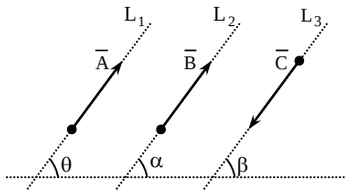
3. Vector unitario: Es aquel cuyo módulo es la unidad y tiene por misión indicar la dirección y sentido de un determinado vector.

$$\overline{A} = \|\overline{A}\|\overline{u} \quad \Rightarrow \quad \overline{u} = \frac{\overline{A}}{\|\overline{A}\|}$$

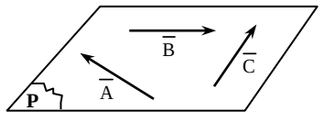
4. Vectores paralelos: Son aquellos que tienen sus líneas de acción paralelas entre sí.

En la figura: $\theta = \alpha = \beta$
Dadas las rectas paralelas: $L_1 // L_2 // L_3$
Los vectores: $\overline{A} // \overline{B} // \overline{C}$ también son paralelos
Por consiguiente se cumple también:

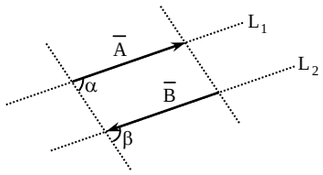
$$\boxed{\frac{\overline{A}}{\|\overline{A}\|} = \frac{\overline{B}}{\|\overline{B}\|} = \frac{\overline{C}}{\|\overline{C}\|}}$$ vectores unitarios iguales



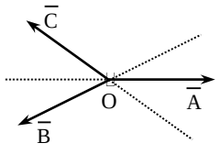
5. Vectores coplanares: Son aquellos que se encuentran contenidos en un mismo plano.



6. Vectores opuestos: Dos vectores serán opuestos cuando tienen igual dirección, módulo pero sentido contrario. $L_1 // L_2$



7. Vectores concurrentes: Son aquellos que sus líneas de acción se cortan entre sí, en un mismo punto.



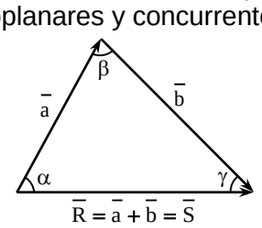
Se observa que las líneas de acción de los vectores $\overline{A}$, $\overline{B}$ y $\overline{C}$ concurren en el punto "O"

OPERACIONES CON VECTORES

ADICIÓN: Al vector "suma" también se le llama resultante.
La resultante produce el mismo efecto que los sumandos.

1. MÉTODO DEL TRIÁNGULO

Este método es válido sólo para dos vectores coplanares y concurrentes



$\overline{R} = \overline{a} + \overline{b} = \overline{S}$

Pasos a seguir:

- Se forma el triángulo, cuando son **"SÓLO"** 2 vectores
- Para hallar el valor de $\overline{R}$ se aplica la Ley de Lamy o de senos:

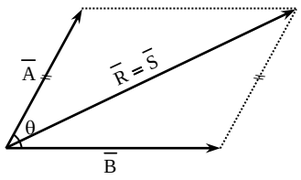
$$\frac{|\overline{R}|}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{|\overline{a}|}{\operatorname{sen}\gamma}=\frac{|\overline{b}|}{\operatorname{sen}\alpha}$$

2. MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

Pasos a seguir:

- La suma ($\overline{S}$) o resultante ($\overline{R}$) es la diagonal del paralelogramo formado.
- La suma o resultante se denota:

$$\overline{A}+\overline{B}=\overline{R}$$



- ANALÍTICAMENTE:

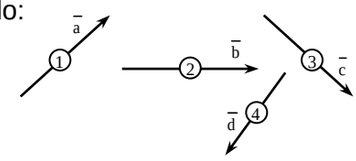
$R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$; Ley del paralelogramo

3. MÉTODO DEL POLÍGONO

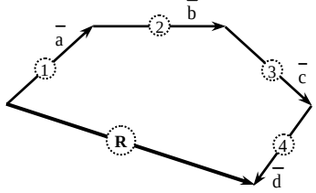
3.1 Método del Polígono Abierto:

Se usa generalmente para sumar más de dos vectores. Se colocan uno a continuación del otro, manteniendo constante su VALOR, DIRECCIÓN y SENTIDO. La resultante es el vector que parte del origen del primero y llega al extremo del último.

Ejemplo:



Construyendo el polígono:

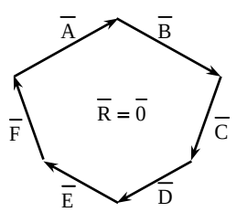


La resultante es:

$\overline{R}=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}+\overline{d}$

3.2 Polígono Cerrado:

En este caso todos tienen la misma secuencia (horario). El extremo del último llega al origen del primero.



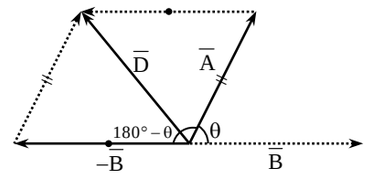
La Resultante es:

$\overline{R}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}+\overline{E}+\overline{F}=\overline{0}$

DIFERENCIA ($\overline{D}$)

La diferencia de vectores es llamada también resultante diferencia.

Vectorialmente: $\overline{D}=\overline{A}+(-\overline{B})\ \Rightarrow\ \overline{D}=\overline{A}-\overline{B}$



Por la Ley de cosenos:

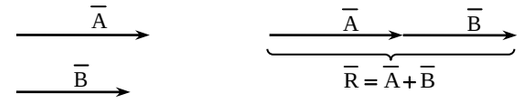
$D=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos(180^\circ-\theta)}$

Pero se sabe que: $\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$

$$D=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\theta}$$

CASOS PARTICULARES Y POSICIONES RELATIVAS DE LOS VECTORES:

1. Cuando $\alpha=0°$ y los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son paralelos y del mismo sentido.

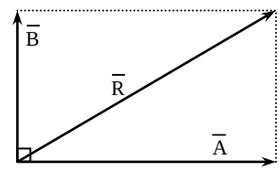


$$R_{máx}=A+B$$

2. Cuando $\alpha=180°$ y los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son paralelos y de sentidos opuestos.

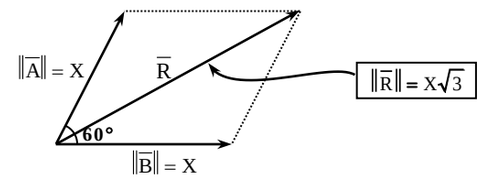
$$R_{mín}=A-B$$

3. Cuando $\alpha=90°$, los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son perpendiculares.

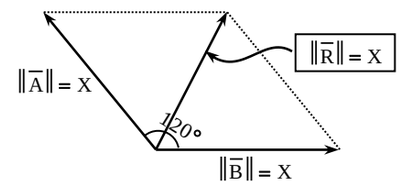


$$R=\sqrt{A^2+B^2}$$

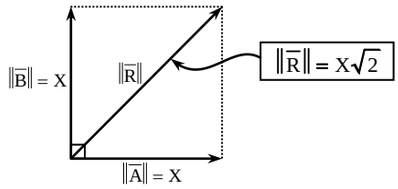
4. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y forman 60°. $\|\overline{A}\|=X$ y $\|\overline{B}\|=X$



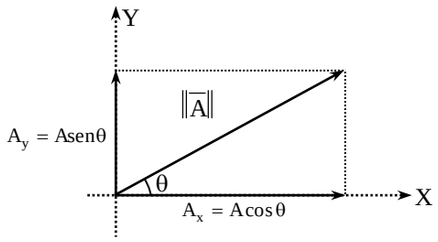
5. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y forman 120°. $\|\overline{A}\|=X$ y $\|\overline{B}\|=X$



6. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y forman 90°. $\|\overline{A}\| = X$ y $\|\overline{B}\| = X$



DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR DE UN VECTOR



Expresión vectorial de $\overline{A}$:

$\overline{A} = A_x i + A_y j$

$\overline{A} = A\cos\theta i + A\text{sen}\theta j$

$\boxed{\overline{A} = A(\cos\theta i + \text{sen}\theta j)}$

Como par ordenado: $\boxed{\overline{A} = A(\cos\theta,\ \text{sen}\theta)}$

Componentes rectangulares de un vector en el plano:

Las componentes rectangulares están dadas por:

$$\begin{cases} A_x = A\cos\theta \\ A_y = A\text{sen}\theta \end{cases}$$

Módulo del vector $\overline{A}$:

$$\boxed{\|\overline{A}\| = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}}}$$

Dirección del vector $\overline{A}$ respecto al eje X:

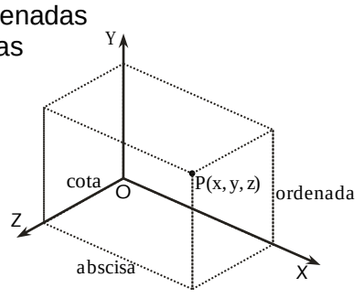
$$\boxed{\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}}$$

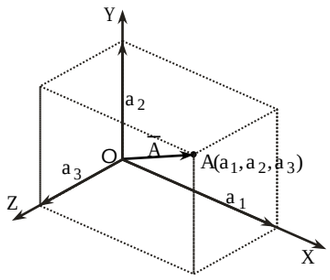
VECTORES EN EL ESPACIO

Análogamente a los puntos del plano cartesiano que están representados por un par ordenado, los puntos del espacio se representan mediante ternas de números o coordenadas espaciales.

Puntos en el espacio: (x, y, z)

X: eje de abscisas
Y: eje de ordenadas
Z: eje de cotas





Expresión vectorial de un vector en R^3

Un vector $\overline{A} = (a_1,\ a_2,\ a_3)$, se puede escribir como combinación lineal de sus vectores unitarios canónicos, así:

$$\boxed{\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k}$$

Dados dos puntos en el espacio, se puede hallar el vector que dichos puntos determinan, aplicando:

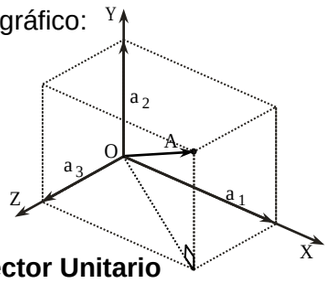
$$\boxed{\overline{V} = P_{final} - P_{inicial}}$$

Módulo de un vector en R^3

El módulo de un vector $\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$; está dado por:

$$\boxed{A = \sqrt{a_1^{\,2} + a_2^{\,2} + a_3^{\,2}}}$$

Del gráfico:



Vector Unitario

Dado un vector: $\overline{A} = (a_1,\ a_2,\ a_3)$, se define como vector unitario en la dirección de $\overline{A}$, a la expresión:

$$\overline{U}_{\overline{A}} = \frac{\overline{A}}{\|\overline{A}\|}$$

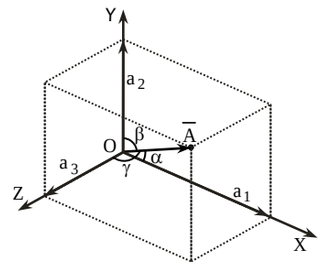
$$\overline{U}_{\overline{A}} = \frac{a_1 i + a_2 j + a_3 k}{\sqrt{a_1^{\,2} + a_2^{\,2} + a_3^{\,2}}}$$

Dirección de un vector en R^3:

La dirección de un vector en R^3, está dada por sus ángulos de orientación con respecto a los 3 ejes coordenados. Y a los cosenos de dichos ángulos se denominan **cosenos directores**.

Cosenos directores:

Las direcciones del vector con respecto a los ejes coordenados están dados por:



Componentes de un vector en R^3

α :ángulo de inclinación con respecto al eje X

β :ángulo de inclinación con respecto al eje Y

γ :ángulo de inclinación con respecto al eje Z

Dirección con el eje X: $\cos\alpha = \frac{a_1}{A}$

Dirección con el eje Y: $\cos\beta = \frac{a_2}{A}$

Dirección con el eje Z: $\cos\gamma = \frac{a_3}{A}$

} Cosenos directores

Propiedad: $\boxed{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1}$

OPERACIONES CON VECTORES EN $\mathbf{R^3}$

a) SUMA Y DIFERENCIA DE VECTORES:

Dados dos vectores: $\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ y $\overline{B} = b_1 i + b_2 j + b_3 k$

Se define como vectores suma y diferencia, respectivamente:

$$\boxed{\overline{S} = (a_1 + b_1)i + (a_2 + b_2)j + (a_3 + b_3)k}$$

$$\boxed{\overline{D} = (a_1 - b_1)i + (a_2 - b_2)j + (a_3 - b_3)k}$$

b) MULTIPLICACIÓN POR ESCALAR EN $\mathbf{R^3}$

Dado el vector: $\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ y un escalar "r" se define como producto por escalar a la operación:

$$\boxed{r\overline{A} = r(a_1 i + a_2 j + a_3 k) \Rightarrow r\overline{A} = ra_1 i + ra_2 j + ra_3 k}$$

Donde el vector $r\overline{A}$, es múltiplo y necesariamente paralelo al vector $\overline{A}$.

Propiedades de la Multiplicación por escalar:

Dado los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B} \in R^3$ y los escalares $r, s \in R$, se cumple:

1. $r\overline{A} // \overline{A}$
2. $(r+s)\overline{A} = r\overline{A} + s\overline{A}$
3. $r(\overline{A} + \overline{B}) = r\overline{A} + r\overline{B}$
4. $r(s\overline{A}) = s(r\overline{A}) = (rs)\overline{A}$

c) PRODUCTO INTERNO O PRODUCTO PUNTO EN $\mathbf{R^3}$:

Dados dos vectores: $\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ y $\overline{B} = b_1 i + b_2 j + b_3 k$

Se define como producto interno $\overline{A}.\overline{B}$ de vectores a la expresión dada por:

$$\boxed{\overline{A} \bullet \overline{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}$$

Observe que:

En $\mathbf{R^2}$, para un vector $\overline{A} = a_1 i + a_2 j$; se cumple que:

$$\boxed{\overline{A} \bullet \overline{A} = {a_1}^2 + {a_2}^2 = A^2}$$

En $\mathbf{R^3}$, para un vector $\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$; se cumple que:

$$\boxed{\overline{A} \bullet \overline{A} = {a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2 = A^2}$$

Otra definición:

Es posible también definir el producto interno mediante la relación:

$$\boxed{\overline{A} \bullet \overline{B} = AB\cos\theta}$$

Donde:

A : módulo del vector $\overline{A}$

B : módulo del vector $\overline{B}$

θ : ángulo formado por los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$

Propiedades del Producto Interno:

Dado los vectores $\overline{A}, \overline{B}$ y $\overline{C} \in R^3$ y los escalares $r, s \in R$, se cumple:

1. $\overline{A} \bullet \overline{B} = \overline{B} \bullet \overline{A}$
2. $\overline{A} \bullet \overline{A} = A^2$
3. $(r\overline{A}) \bullet \overline{B} = r(\overline{A} \bullet \overline{B})$
4. $\overline{A} \bullet (\overline{B} + \overline{C}) = \overline{A} \bullet \overline{B} + \overline{A} \bullet \overline{C}$
5. $(\overline{A} + \overline{B}) \bullet (\overline{A} - \overline{B}) = A^2 - B^2$
6. Si $\overline{A} \perp \overline{B} \Rightarrow \overline{A} \bullet \overline{B} = 0$

Importante:

Del vector suma, de acuerdo a las propiedades:

$\overline{S} = \overline{A} + \overline{B}$

$\overline{S} \bullet \overline{S} = (\overline{A} + \overline{B}) \bullet (\overline{A} + \overline{B})$

$S^2 = A^2 + 2\overline{A} \bullet \overline{B} + B^2$

Por definición de producto interno:

$$\boxed{S^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

Análogamente, para el vector diferencia:

$$\boxed{D^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

d) PRODUCTO VECTORIAL O PRODUCTO CRUZ EN $\mathbf{R^3}$

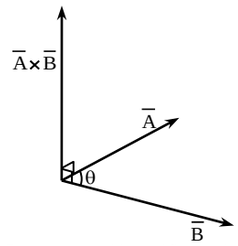
Dados dos vectores: $\overline{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ y $\overline{B} = b_1 i + b_2 j + b_3 k$; se define como producto vectorial $\overline{A} \times \overline{B}$, a la expresión definida por el determinante:

$$\boxed{\overline{A} \times \overline{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2)i - (a_1 b_3 - a_3 b_1)j + (a_1 b_2 - a_2 b_1)k}$$

Propiedades del Producto Vectorial

Dado los vectores $\overline{A}, \overline{B}$ y $\overline{C} \in R^3$ y los escalares $r, s \in R$, se cumple:

1. $\overline{A} \times \overline{B} = -\overline{B} \times \overline{A}$
2. $\overline{A} \times (\overline{B} \times \overline{C}) \neq (\overline{A} \times \overline{B}) \times \overline{C}$
3. $r(\overline{A}) \times \overline{B} = r(\overline{A} \times \overline{B})$
4. $(\overline{A} + \overline{B}) \times \overline{C} = \overline{A} \times \overline{C} + \overline{B} \times \overline{C}$
5. $\|\overline{A} \times \overline{B}\| = AB\,\mathrm{sen}\,\theta$
6. Si: $\overline{A} // \overline{B} \Rightarrow \overline{A} \times \overline{B} = \overline{0}$
7. Si $\overline{A} \perp \overline{B} \Rightarrow \|\overline{A} \times \overline{B}\| = AB$



Representación gráfica del producto vectorial

Producto de vectores canónicos:

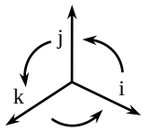
Puesto que un vector siempre es paralelo a sí mismo: $i\times i = j\times j = k\times k = \bar{0}$

Además:

$i\times j = k$

$j\times k = i$

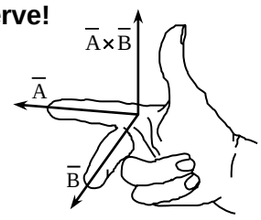
$k\times i = j$

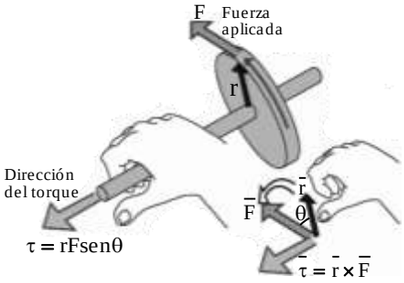


Regla de la mano derecha:

Sirve para determinar la dirección del vector $\bar{A}\times\bar{B}$

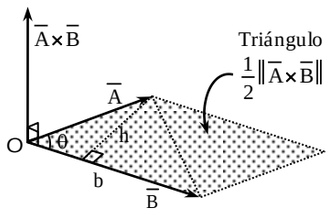
¡Observe!





Interpretación Geométrica del vector $\bar{A}\times\bar{B}$

El vector $\bar{A}\times\bar{B}$, está representado por un vector perpendicular, tanto al vector $\bar{A}$ como al vector $\bar{B}$. Su módulo es igual al área del paralelogramo formado.



Observe: $A_{\square} = bh$; Además $\begin{cases} b = B \\ h = A\text{sen}\theta \end{cases}$

Luego: $A_{\square} = bh = AB\text{sen}\theta$

$A_{\square} = \|\bar{A}\times\bar{B}\| = AB\text{sen}\theta$

Para el triángulo:

$$A_{\square} = \frac{1}{2}\|\bar{A}\times\bar{B}\| = \frac{1}{2}AB\text{sen}\theta$$

DOBLE PRODUCTO VECTORIAL

$$\bar{A}\times(\bar{B}\times\bar{C}) = (\bar{A}\cdot\bar{C})\bar{B} - (\bar{A}\cdot\bar{B})\bar{C}$$

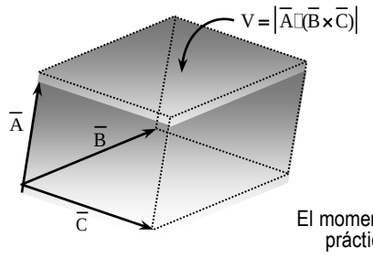
F) PRODUCTO TRIPLE EN $\mathbf{R^3}$

Dado los vectores $\bar{A}, \bar{B}$ y $\bar{C} \in \mathbf{R^3}$, se define como producto triple $\bar{A}\cdot(\bar{B}\times\bar{C})$ a la expresión definida por un determinante de la forma:

$$\bar{A}\cdot(\bar{B}\times\bar{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = A_x(B_yC_z - B_zC_y) - A_y(B_xC_z - B_zC_x) + A_z(B_xC_y - B_yC_x)$$

Interpretación geométrica de $\bar{A}\cdot(\bar{B}\times\bar{C})$:

El producto triple $\bar{A}\cdot(\bar{B}\times\bar{C})$ de los vectores $\bar{A}, \bar{B}$ y $\bar{C}$ es igual al volumen del paralelepípedo formado por dichos vectores.



El momento de fuerza es un ejemplo práctico del producto vectorial

$$V_{\text{paralelepípedo}} = \bar{A}\cdot(\bar{B}\times\bar{C})$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. La velocidad de una onda transversal en una cuerda elástica se establece con:

$$V = F^x \mu^y$$

F : Tensión en la cuerda (fuerza)
μ : Densidad lineal de la cuerda (kg/m)

Hallar la fórmula física.

a) $\frac{1}{\mu}\sqrt{F}$ b) $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ c) $\sqrt{\frac{\mu}{F}}$
d) $F\sqrt{\mu}$ e) $\sqrt{\mu F}$

Solución:
La densidad lineal (μ) es el cociente entre la masa y la longitud.

$$\mu = \frac{m}{L}$$
$$[\mu] = \frac{[m]}{[L]} = L^{-1}M$$

La velocidad será:

$$[V] = [F]^x [\mu]^y$$
$$LT^{-1} = (LMT^{-2})^x (L^{-1}M)^y$$
$$LM^0T^{-1} = L^{x-y}M^{x+y}T^{-2x}$$

Igualando exponentes:

$$-2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$
$$x + y = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

La fórmula de la velocidad será:

$$V = F^{\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}$$
$$V = \boxed{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

2. El efecto Joule establece que si por una resistencia eléctrica "R" circula una corriente "I" durante un tiempo "t", el calor desprendido de la resistencia se puede expresar como energía. Hallar la fórmula que nos permite confirmar dicha afirmación.

a) I^2Rt b) IRt c) I^2R^2t
d) $\frac{I^2R}{t^3}$ e) $\frac{I^2R}{t^2}$

Solución:
Del enunciado se deduce que el calor tiene la siguiente fórmula:

$$Q = I^x R^y t^z$$

Recuerde del problema 8: $[R] = L^2MT^{-3}I^{-2}$
Aplicando ecuaciones dimensionales:

$$[Q] = [\text{Energía}] = [I]^x [R]^y [t]^z$$
$$L^2MT^{-2} = I^x (L^2MT^{-3}I^{-2})^y T^z$$
$$L^2MT^{-2}I^0 = L^{2y}.M^y.T^{z-3y}I^{x-2y}$$
$$2y = 2 \Rightarrow y = 1$$
$$z - 3y = -2 \Rightarrow z = 1$$
$$x = 2y \Rightarrow x = 2$$

La fórmula para expresar el efecto Joule es:

$$Q = \boxed{I^2Rt}$$

3. En un proceso termodinámico isotérmico, le trabajo de expansión de un gas ideal se calcula con la fórmula:

$$W = nRT\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

En donde:
n : número de moles
T : temperatura
ln : logaritmo neperiano
V_1 y V_1 : volúmenes

Hallar la ecuación dimensional de la constante universal de los gases [R].

a) $LMT^{-2}\theta^{-1}N^{-1}$ b) $L^2MT^{-2}\theta N^{-1}$
c) $L^2MT^{-2}\theta^{-1}N$ d) $L^2MT^{-2}\theta^{-1}N^{-1}$
e) $L^2MT^2\theta^{-1}N^{-1}$

Solución:
Aplicando ecuaciones dimensionales:

$$[W] = [n][R][T]\left[\ln\frac{V_2}{V_1}\right] \quad \ldots (1)$$

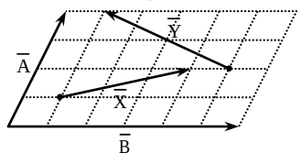
n : cantidad de sustancia $\Rightarrow [n] = N$
T : Temperatura $\Rightarrow [T] = \theta$

$$\left[\ln\frac{V_2}{V_1}\right] = 1$$

Reemplazando en (1):

$$L^2MT^{-2} = N[R]\theta(1)$$
$$[R] = \boxed{L^2MT^{-2}\theta^{-1}N^{-1}}$$

4. En la figura expresar el vector $\bar{X} - \bar{Y}$ en función de los vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$.



a) $\frac{11\bar{B} - 3\bar{A}}{12}$ b) $\frac{13\bar{B} - 3\bar{A}}{12}$ c) $\frac{11\bar{B} - \bar{A}}{12}$
d) $\frac{14\bar{B} - 5\bar{A}}{12}$ e) $\frac{14\bar{B} - 3\bar{A}}{12}$

Solución:
Utilizando $\bar{A}$ y $\bar{B}$ como ejes coordenados:

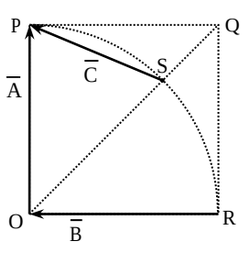
$$\bar{X} = \frac{3}{6}\bar{B} + \frac{1}{4}\bar{A} = \frac{1}{4}\bar{A} + \frac{1}{2}\bar{B}$$
$$\bar{Y} = -\frac{4}{6}\bar{B} + \frac{2}{4}\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{A} - \frac{2}{3}\bar{B}$$

Restando los vectores:

$$\bar{X} - \bar{Y} = -\frac{1}{4}\bar{A} + \frac{7}{6}\bar{B}$$
$$\bar{X} - \bar{Y} = \boxed{\frac{14\bar{B} - 3\bar{A}}{12}}$$

5. En la figura OPQR es un cuadrado. Expresar el vector $\bar{C}$ en función de los vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$.

a) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}\bar{A} + \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{B}$
b) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}\bar{B} + \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{A}$
c) $\frac{\sqrt{2}-2}{2}\bar{A} + \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{B}$

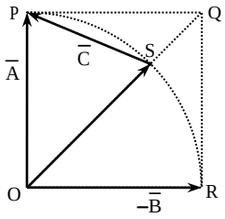


d) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}\overline{A}+\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{B}$

e) $\frac{4-\sqrt{2}}{2}\overline{A}+\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{B}$

Solución:

Sea "L" lado del cuadrado:



Vector unitario en la dirección de $\overline{OS}$:

$$\overline{U}_{\overline{OS}}=\frac{\overline{A}-\overline{B}}{L\sqrt{2}}$$

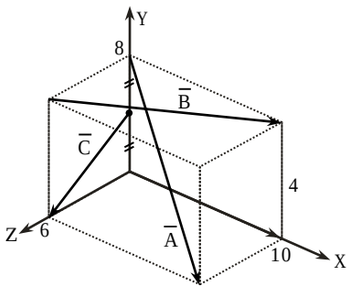
$$\overline{OS}=\not{L}.\frac{\overline{A}-\overline{B}}{\not{L}\sqrt{2}}=\frac{\overline{A}-\overline{B}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\overline{A}-\overline{B})$$

En el triángulo OSP: $\overline{OS}+\overline{C}=\overline{A}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\overline{A}-\overline{B})+\overline{C}=\overline{A}$$

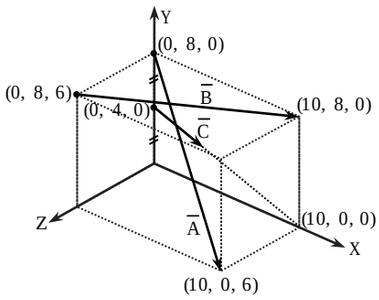
$$\overline{C}=\boxed{\frac{2-\sqrt{2}}{2}\overline{A}+\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{B}}$$

6. Hallar $\|\overline{C}\|$ en el paralelepípedo mostrado, si $(\overline{A}+\overline{B})\cdot\overline{C}=6\sqrt{29}$.



Solución:

Ubicando coordenadas:



$\overline{A}=10i-8j+6k$

$\overline{B}=10i-6k$

Vector unitario en la dirección de $\overline{C}$:

$$\overline{U}_{\overline{C}}=\frac{10i-4j}{\sqrt{10^2+(-4)^2}}$$

$$\overline{U}_{\overline{C}}=\frac{1}{\sqrt{29}}(5i-2j)$$

Expresión vectorial de $\overline{C}$:

$$\overline{C}=\|\overline{C}\|\overline{U}_{\overline{C}}=\frac{\|\overline{C}\|}{\sqrt{29}}(5i-2j)$$

En la condición:

$$(\overline{A}+\overline{B})\cdot\overline{C}=6\sqrt{29}$$

$$\frac{\|\overline{C}\|}{\sqrt{29}}(20i-8j)\cdot(5i-2j)=6\sqrt{29}$$

$$\|\overline{C}\|(100+16)=6(29)$$

$$\|\overline{C}\|=\boxed{24}$$

7. Dados los vectores: $\overline{A}=2i+aj-3bk$ y $\overline{B}=2ai-j+bk$; hallar el valor de "ab". Si $\overline{A}\perp\overline{B}$. Además: $a-b=6$.

a) 7 b) 16 c) 27
d) 40 e) 36

Solución:

Por condición de perpendicularidad:

$$(2,\ a,\ -3b)\cdot(2a,\ -1,\ b)=0$$

$$4a-a-3b^2=0 \quad\Rightarrow\quad a=b^2$$

Sustituyendo con la condición $a-b=6$:

$$b+6=b^2$$

$$b^2-b-6=0$$

$$b \quad -3 \quad\Rightarrow\quad b=3 \quad\wedge\quad a=9$$

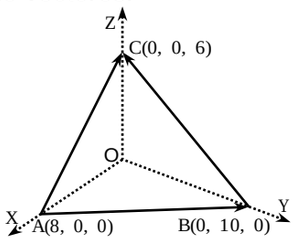
$$b \quad +2 \quad\Rightarrow\quad b=-2 \quad\wedge\quad a=4$$

Finalmente de acuerdo a las alternativas:

$$ab=\boxed{27}$$

8. Hallar el módulo de la resultante del siguiente conjunto de vectores.

a) 12
b) 15
c) 16
d) 18
e) 20



Solución:

Restando coordenadas:

$\overline{AB}=-8i+10j$

$\overline{BC}=-10j+6k$

$\overline{AC}=-8i+6j$

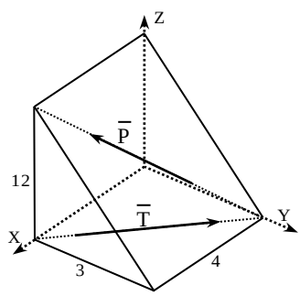
$\overline{R}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$\overline{R}=-16i+12k$

$\|\overline{R}\|=\sqrt{(-16)^2+12^2}$

$$\|\overline{R}\|=\boxed{20}$$

9. Hallar el vector $\overline{F}$, si $\overline{F}=\overline{T}+\overline{P}$ sabiendo además que: $\|\overline{T}\|=50\ N$. $\|\overline{P}\|=52\ N$.



a) $-24\mathrm{i}+18\mathrm{j}-48\mathrm{k}$ b) $24\mathrm{i}+18\mathrm{j}+48\mathrm{k}$

c) $24\mathrm{i}-18\mathrm{j}+48\mathrm{k}$ d) $12\mathrm{i}+18\mathrm{j}+48\mathrm{k}$

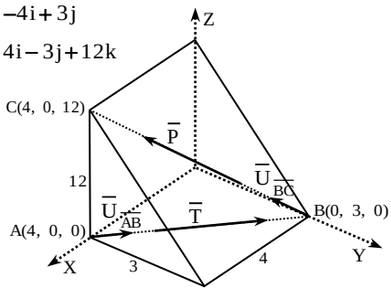
e) $-24\mathrm{i}+18\mathrm{j}+48\mathrm{k}$ $^{-3}$

Solución:

Ubicando las coordenadas:

$\overline{AB}=-4\mathrm{i}+3\mathrm{j}$

$\overline{BC}=4\mathrm{i}-3\mathrm{j}+12\mathrm{k}$



Por definición de vector unitario:

$$\overline{T}=\|\overline{T}\|\overline{U}_{\overline{AB}}=50\ \frac{-4\mathrm{i}+3\mathrm{j}}{\sqrt{(-4)^2+3^2}}$$

$$\overline{T}=50\frac{-4\mathrm{i}+3\mathrm{j}}{5}\ \Rightarrow\ \boxed{\overline{T}=-40\mathrm{i}+30\mathrm{j}}$$

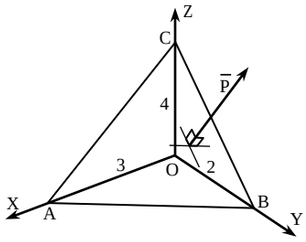
$$\overline{P}=\|\overline{P}\|\overline{U}_{\overline{BC}}=52\ \frac{4\mathrm{i}-3\mathrm{j}+12\mathrm{k}}{\sqrt{4^2+(-3)^2+12^2}}$$

$$\overline{P}=52\frac{4\mathrm{i}-3\mathrm{j}+12\mathrm{k}}{13}\ \Rightarrow\ \boxed{\overline{P}=16\mathrm{i}-12\mathrm{j}+48\mathrm{k}}$$

Como: $\overline{F}=\overline{T}+\overline{P}$

$$\overline{F}=\boxed{-24\mathrm{i}+18\mathrm{j}+48\mathrm{k}}$$

10. De acuerdo al gráfico, un vector $\overline{P}$ tiene una dirección perpendicular al triángulo ABC, y posee un módulo de $8\sqrt{61}$. Encontrar una expresión vectorial cartesiana para $\overline{P}$.



Solución:

Coordenadas y vectores direccionales en el gráfico:

$A=(3,\ 0,\ 0)$

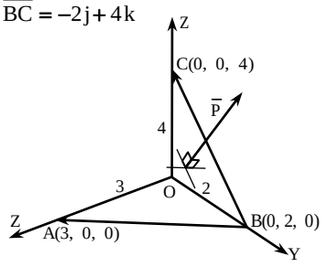
$B=(0,\ 2,\ 0)$

$C=(0,\ 0,\ 4)$

Expresiones vectoriales

$\overline{BA}=3\mathrm{i}-2\mathrm{j}$

$\overline{BC}=-2\mathrm{j}+4\mathrm{k}$



Vector unitario perpendicular al plano ABC.

$$\overline{BC}\times\overline{AB}=\begin{vmatrix}\mathrm{i}&\mathrm{j}&\mathrm{k}\\0&-2&4\\3&-2&0\end{vmatrix}=8\mathrm{i}+12\mathrm{j}+6\mathrm{k}$$

$$\overline{U}=\frac{2(4\mathrm{i}+6\mathrm{j}+3\mathrm{k})}{2\sqrt{4^2+6^2+3^2}}\ \Rightarrow\ \overline{U}=\frac{4\mathrm{i}+6\mathrm{j}+3\mathrm{k}}{\sqrt{61}}$$

Luego:

$$\overline{P}=\|\overline{P}\|\overline{U}=8\sqrt{61}\left(\frac{4\mathrm{i}+6\mathrm{j}+3\mathrm{k}}{\sqrt{61}}\right)\ \Rightarrow$$

$$\boxed{\overline{P}=8(4\mathrm{i}+6\mathrm{j}+3\mathrm{k})}$$

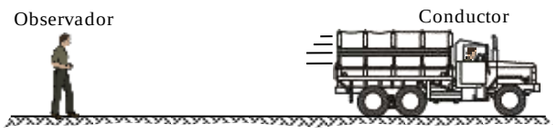
CINEMÁTICA

Introducción:
El movimiento ha sido tema de estudio durante casi toda la historia de la humanidad, por ejemplo en la antigüedad el hombre observaba el movimiento de los cuerpos celestes, en el siglo XVIII se estudiaba el movimiento de las moléculas en un gas, en el siglo XX se estudiaba el movimiento de los electrones alrededor del núcleo atómico, y en la actualidad se estudia el movimiento existente en el interior del núcleo. En este capítulo estudiaremos el "movimiento mecánico" pero sin considerar las causas, del porqué se origina tal o cual movimiento mecánico, tan sólo lo describiremos; para ello es necesario establecer elementos y medidas para que la descripción de realice en forma objetiva.

Concepto.- Es aquella parte de la mecánica que se encarga de estudiar, el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan o modifican.

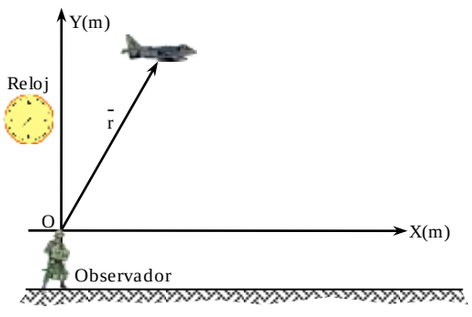
El movimiento
Consiste en el cambio de posición que efectúa un cuerpo con respecto a un sistema de referencia al cual se considera fijo. Si un cuerpo permanece en el mismo lugar decimos que no se mueve o está en reposo; pero, si cambia de lugar se dice que el cuerpo se mueve.

El movimiento es relativo
Un objeto puede estar moviéndose para un observador pero no para otro observador. Si cerca de nosotros pasa un automóvil, al ver que se aleja diremos que se mueve, pero el piloto ve que el automóvil siempre está junto a él, luego para el piloto el automóvil estará en reposo relativo.



El camión se mueve con relación al observador (O); pero está en reposo con respecto al conductor.

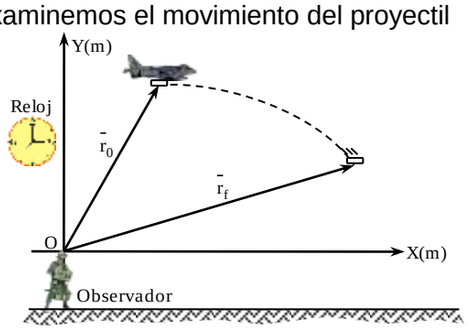
Movimiento Mecánico
Para comprenderlo, examinemos el siguiente acontecimiento: "un observador observa a un avión que avanza en línea recta y desde cierta altura se deja en libertad a un proyectil".



Para poder examinar lo que acontece, al observador (A) se le debe asociar un sistema de ejes coordenados y un sistema temporal (reloj). A todo este conjunto se le denomina: "Sistema de referencia" (S.R.). Para ubicar al cuerpo en estudio (proyectil), se traza un vector que parte del origen de coordenadas y se dirige hacia el cuerpo; a este vector se le denomina "vector posición $\vec{r}$".

Nota: El vector posición puede ser expresado de la siguiente forma: $\vec{r} = (x, y)$ o también $\vec{r} = xi + yj$; donde i, j son los vectores unitarios en la dirección de los ejes coordenados:

Examinemos el movimiento del proyectil



$\vec{r}_0$: Vector posición inicial

$\vec{r}_f$: Vector posición final

El observador nota que el proyectil cambia continuamente de posición, entonces para él, el proyectil se encuentra en "movimiento" o experimenta movimiento mecánico.

En conclusión:
El "movimiento mecánico" es un fenómeno que consiste en el cambio continuo de posición de un cuerpo con respecto a un sistema de referencia.

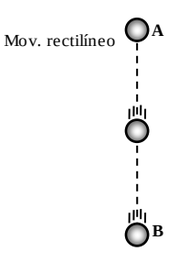
Para poder describir el movimiento mecánico necesitamos conocer ciertos conceptos previos:

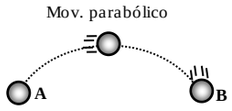
Elementos del movimiento:

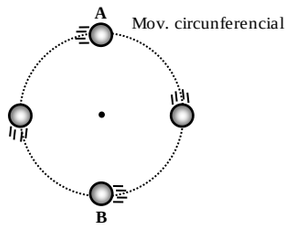
1. **Móvil:** Se denomina así a todo cuerpo o punto en movimiento mecánico respecto aún sistema referencia

2. **Sistema de Referencia:** Es el lugar desde el cual el observador aprecia el movimiento. Se representa mediante un sistema de ejes coordenados

3. **Trayectoria:** Es la línea geométrica que describe el móvil, puede ser rectilínea o curvilínea.

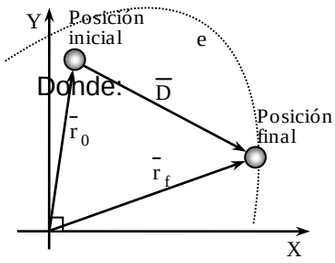






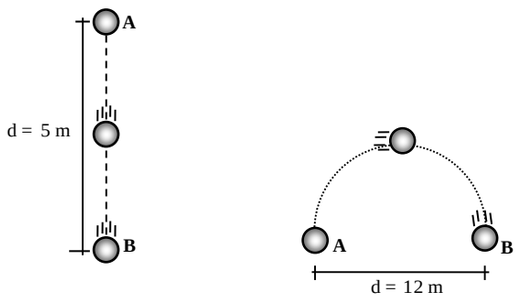
4. **Vector posición o radio vector $(\vec{r})$:** Es el vector trazado desde el origen de coordenadas a la posición instantánea del móvil.

5. **Desplazamiento $(\overline{D})$:** Es el vector que une la posición inicial y la posición final entre los dos puntos de la trayectoria.

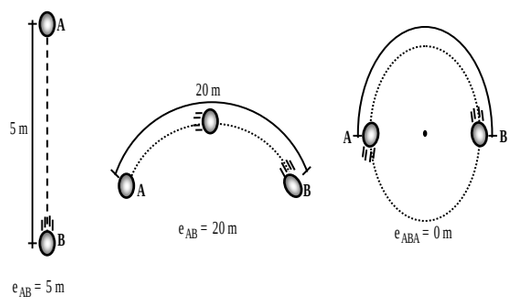


$\overline{r}_0$: Vector posición inicial
$\overline{r}_f$: Vector posición final
$\overline{D}$: Vector desplazamiento
e : espacio recorrido

6. **Distancia (d):** Es la medida o módulo del vector desplazamiento. $\|\overline{D}\|$ o en otras palabras "la medida de la longitud del segmento de recta que une la posición inicial y la posición final"



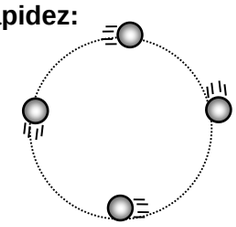
7. **Espacio Recorrido (e):** Es la medida de la longitud de la trayectoria descrita por el móvil.



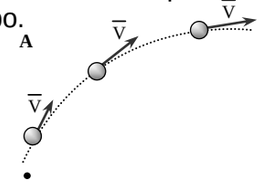
Clasificación del Movimiento:

1. De acuerdo a su trayectoria:
a) Movimiento Rectilíneo
b) Movimientos Curvilíneos:
- Movimiento Circunferencial
- Movimiento Parabólico
- Movimiento Elíptico
- Movimiento Ondulatorio

2. De acuerdo a su rapidez:
- Uniformes
- Variables



Velocidad $(\overline{v})$: Magnitud vectorial que se define como el cambio que experimenta el vector de posición en un determinado intervalo de tiempo cuyo valor indica el espacio recorrido por unidad de tiempo.

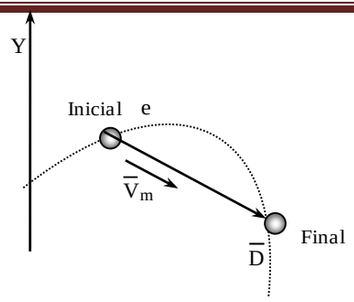


Características:
- Ser tangente a la trayectoria en todos los puntos.
- Definir el sentido de la velocidad.
- En cinemática se acostumbra llamar **"rapidez"** al módulo de la velocidad

Unidades de velocidad:
En el S.I.: m/s

Otras unidades: km/h , pies/s, cm/s, millas/h, etc.

Velocidad Media ($\overline{v}_m$): Es la relación entre el desplazamiento del móvil con respecto al tiempo empleado.

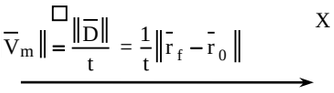


Definimos el vector velocidad media:

$$\overline{V}_m = \frac{\overline{D}}{t} = \frac{\bar{r}_f - \bar{r}_0}{t}$$

Calculamos el módulo:

$$\|\overline{V}_m\| = \frac{\|\overline{D}\|}{t} = \frac{1}{t}\|\bar{r}_f - \bar{r}_0\|$$



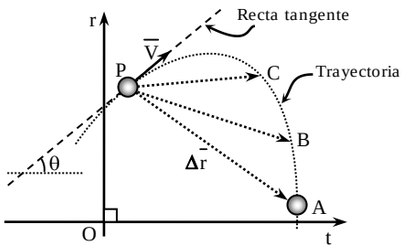
Observe: La velocidad media tiene la misma dirección que el desplazamiento

Rapidez Media o promedio (V): Es la relación entre el espacio recorrido por el móvil con respecto al tiempo que emplea. La rapidez media es una cantidad escalar y se expresa de la siguiente manera:

$$V = \frac{e}{t}$$

La rapidez media es la rapidez uniforme con la cual, en el mismo tiempo, el móvil haría el mismo recorrido.

Velocidad Instantánea: Es la velocidad que tiene un cuerpo en cada instante de su movimiento "es la velocidad propiamente dicha".



Si disminuimos progresivamente el tiempo de recorrido, la dirección secante (OA) del desplazamiento se va acercando a la dirección de la kposible calcular la velocidad instantánea en el punto P, este valor resulta ser la pendiente de la recta tangente a dicha trayectoria, es decir:

$$\|\overline{V}\| = m = \tan\theta$$

Otra manera de realizar dicho cálculo es hallando la derivada del vector posición en el punto P.

$$\overline{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$

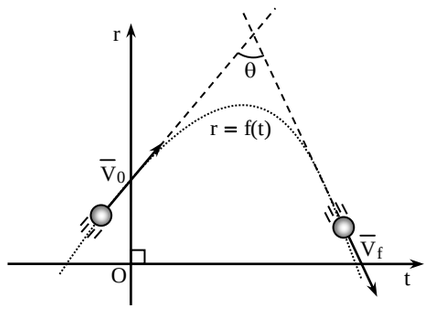
Matemáticamente la velocidad (V) es la derivada de la posición (r) con respecto al tiempo.

Aceleración Media $(\bar{a}_m)$.- Un móvil acelera cuando cambia el módulo y/o dirección de su velocidad con respecto al tiempo.

Es el vector que se define como el vector cambio de velocidad (diferencia de vectores).

$$\bar{a}_m = \frac{\Delta\overline{V}}{t} \Rightarrow \bar{a}_m = \frac{\overline{V}_f - \overline{V}_0}{t}$$

Para calcular el módulo de la aceleración media se debe hallar previamente el módulo de la diferencia de velocidades $\|\Delta\overline{V}\| = \|\overline{V}_f - \overline{V}_0\|$



Se sugiere utilizar el siguiente método:

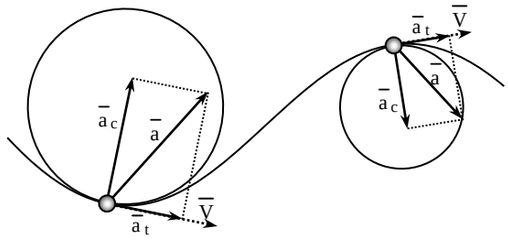
Invertir la velocidad inicial obteniéndose $-\overline{V}_0$ y a continuación aplicar el método del paralelogramo para hallar el vector diferencia.

$$\|\overline{V}_f - \overline{V}_0\| = \sqrt{V_f^2 + V_0^2 + 2V_fV_0\cos\theta}$$

Posteriormente el módulo de la aceleración media se hallará aplicando la relación:

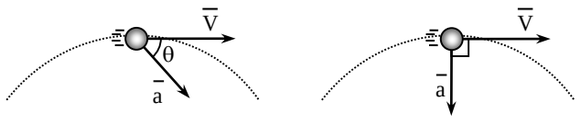
$$\|\bar{a}\| = \frac{\|\overline{V}_f - \overline{V}_0\|}{t}$$

Aceleración Instantánea.- Es la aceleración que tiene el móvil en cada instante de su movimiento, también se llama aceleración lineal o simplemente aceleración. Es un vector cuyo sentido siempre señala la parte cóncava de la curva y su dirección depende de las características del movimiento; **pero en general es distinto al vector velocidad.**



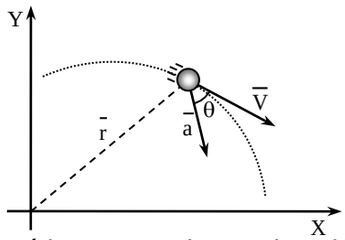
En el movimiento curvilíneo la aceleración se puede presentar de tres maneras generales:

1. Si la rapidez del móvil aumenta, la aceleración y la velocidad forman un ángulo **agudo**.
2. Si la rapidez del móvil permanece constante; la aceleración es **perpendicular** a la velocidad del móvil.
3. Si la rapidez del móvil disminuye; la aceleración y la velocidad forman un ángulo **obtuso**.



Cálculo de la aceleración instantánea

De acuerdo a los anteriores gráficos, la aceleración $\bar{a}$ puede formar un ángulo agudo, obtuso o recto con la velocidad $\bar{V}$.



Matemáticamente, la aceleración ($\bar{a}$) es la derivada de la velocidad ($\bar{V}$) con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

Como la velocidad (V) es la derivada de la posición (r) con respecto al tiempo se tendrá que:

$$a = \frac{d^2r}{dt^2}$$

La aceleración es la segunda derivada de la posición ($\bar{r}$)

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

El movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.) es el más simple de la cinemática, su característica principal es que la velocidad del móvil permanece constante, es decir el móvil avanza distancias iguales en tiempos iguales.

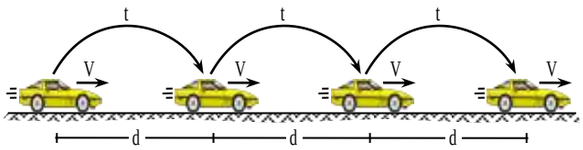
Consecuencias de una velocidad constante

- Un móvil con M.R.U. no debe cambiar la dirección de su velocidad; por lo tanto, la trayectoria debe ser necesariamente una recta.
  Una velocidad constante solamente se puede dar en una trayectoria recta.

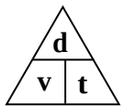
- Un móvil con M.R.U. no debe cambiar el módulo de su velocidad; o sea su rapidez debe ser constante.
  Un movimiento con rapidez constante es denominado uniforme

- Un móvil con M.R.U. no cambia la dirección ni el módulo de la velocidad, o sea no acelera.
  Si un móvil no acelera su trayectoria es una recta y su rapidez permanece constante

- Si el móvil tiene velocidad constante su rapidez también será constante y el móvil recorrerá distancias iguales en tiempos iguales



Características:



- Trayectoria : recta
- Velocidad : constante

$$d = vt$$

- Aceleración : cero

MOVIMIENTOS SIMULTÁNEOS.- Dos móviles tendrán movimientos simultáneos si empiezan y terminan sus movimientos al mismo tiempo. Los tiempos empleados por cada móvil serán iguales.

$$t_1 = t_2 = t$$

MOVIMIENTOS NO SIMULTÁNEOS.- Dos móviles tendrán movimientos no simultáneos cuando uno de ellos se adelanta en la partida o el otro tarda en partir, los tiempos empleados por cada móvil serán diferentes.

t_1 = tiempo del primer móvil que partió

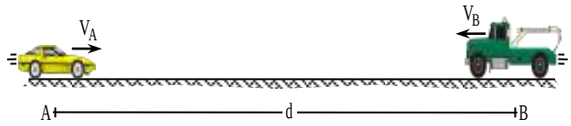
t_2 = tiempo del móvil que partió rezagado

Δt = tiempo de adelanto del primero o de atraso del segundo

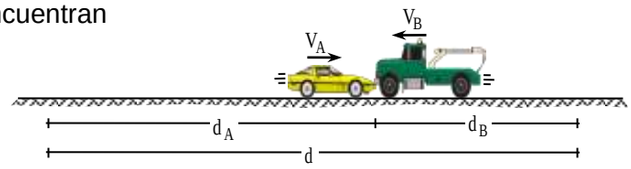
$$t_1 = t_2 + \Delta t$$

1. CRUCE O ENCUENTRO DE DOS MÓVILES

El movimiento se da en direcciones opuestas. Cuando están separados una distancia "d", la posición de los móviles es la siguiente:



Transcurrido un tiempo "t", el auto y el camión se encuentran



Se sabe que: $t_A = t_B$

Del gráfico se deduce:

$d = d_A + d_B$

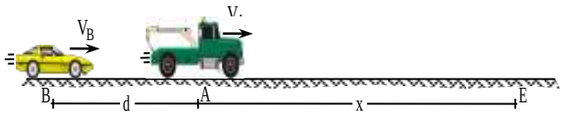
$d = V_A t + V_B t \Rightarrow d = t(V_A + V_B)$

Luego el tiempo de encuentro estará dado por:

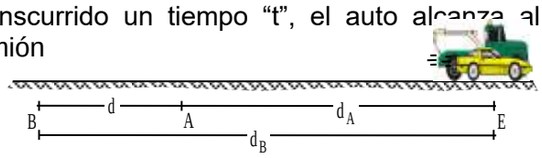
$$t_{encuentro} = \frac{d}{V_A + V_B}$$

2. ALCANCE DE DOS MÓVILES

El movimiento se da en la misma dirección. Cuando están separados una distancia "d"



Transcurrido un tiempo "t", el auto alcanza al camión



Se sabe que: $t_A = t_B$

Del gráfico se deduce:

$d_B = d + d_A$

$d_B - d_A = d$

$V_B t - V_A t = d \quad \Rightarrow \quad d = t(V_B - V_A)$

Luego el tiempo de alcance estará dado por:

$$t_{alcance} = \frac{d}{V_B - V_A}$$

EL SONIDO COMO (MRU)

El sonido es producido por la vibración de los objetos. Para transmitirse se requiere de un medio elástico que puede ser sólido, liquido o gaseoso.

En el vacío el sonido no se propaga (V = 0)

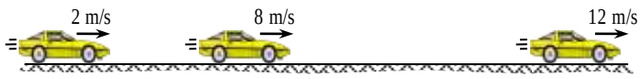
- Aire (20°) = 340 m/s
- Hidrogeno (0°) = 1286 m/s
- Oxigeno (0°) = 317 m/s
- Agua de mar = 1500 m/s
- Agua dulce = 1435 m/s

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Una partícula tendrá un movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.) si al desplazarse su trayectoria es una recta y su rapidez aumenta o disminuye uniformemente.

Características

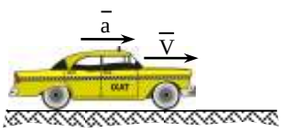
- Trayectoria : recta
- Velocidad : variable
- Aceleración : constante



Debido a la trayectoria recta se puede decir que la dirección de la velocidad no cambia.

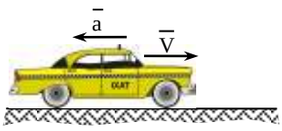
1. La aceleración es colineal con la velocidad

- Si la rapidez aumenta se dice que el móvil está acelerando. **La aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad**.
- Si la rapidez del móvil disminuye se dice que el móvil está desacelerando. **La aceleración tiene sentido contrario a la velocidad**.



movimiento acelerado

Aceleración positiva



movimiento retardado

Aceleración negativa

2. La aceleración es constante

- En el siguiente diagrama la aceleración es constante porque cada 4 s la velocidad varía en 3 m/s.

Ecuaciones del MRUV

En el MRUV la aceleración es el cambio de velocidad por cada unidad de tiempo:

V_0 : Velocidad inicial

V_f : Velocidad final

Luego:

$a = \frac{\Delta V}{t}$ ó también: $a = \frac{V_f - V_0}{t}$; para el tiempo

$$t = \frac{V_f - V_0}{a} \quad \ldots (1)$$

Se deduce que: $V_f = V_0 + at$ … (2)

Se empleará:

$(+a)$ si el móvil acelera

$(-a)$ si el móvil desacelera

En el M.R.U.V. la rapidez varía uniformemente y por esto la rapidez media equivale a la media aritmética entre la velocidad inicial (V_0) y la velocidad final (V_0).

$$V_m = \frac{V_f + V_0}{2} \quad \ldots (3)$$

Para calcular la distancia (d) que recorre el móvil se emplea la rapidez media:

$d = V_m t$ … (4)

Reemplazando (3) en (4): $d = \left(\frac{V_f + V_0}{2}\right) t$

Considerando la relación (1) para el tiempo:

$d = \left(\frac{V_f + V_0}{2}\right)\left(\frac{V_f - V_0}{a}\right)$

$d = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2a}$; Linealizando: $V_f^2 = V_0^2 + 2ad$ … (4)

Reemplazando (2) en (4):

$(V_0 + at)^2 = V_0^2 + 2ad$

$2V_0 t + at^2 = 2d \quad \Rightarrow \quad d = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$ … (5)

RESUMEN DE FÓRMULAS:

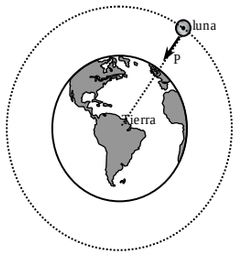
	Acelerado (+a)	**Retardado** (–a)
1	$d = \left(\frac{V_f + V_0}{2}\right)t$	
2	$V_f = V_0 + at$	$V_f = V_0 - at$
3	$V_f^2 = V_0^2 + 2ad$	$V_f^2 = V_0^2 - 2ad$
4	$d = V_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$d = V_0 t - \frac{1}{2}at^2$
5	$d_n = V_0 + \frac{1}{2}a(2n-1)$	$d_n = V_0 - \frac{1}{2}a(2n-1)$

MOVIMIENTO VERTICAL

Atracción terrestre

Experimentalmente es fácil comprobar que si soltamos una piedra ésta siempre caerá hasta estrellarse contra la superficie de la Tierra. La atracción gravitacional hace que la piedra caiga una vez que la hemos soltado. Todas las masas que están cerca a la superficie de la Tierra son atraídas hacia su centro mediante una fuerza llamada peso.

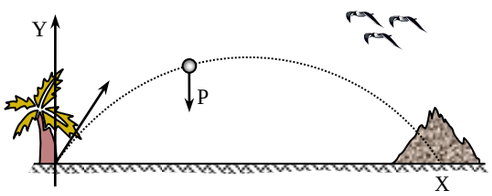
"El movimiento en el cual actúa solamente el peso del cuerpo (atracción terrestre) se denomina caída libre".



P : Peso de la Luna o atracción terrestre

La caída libre de la Luna se prolonga indefinidamente hacia la Tierra debido a su trayectoria circular.

Al disparar una bala de cañón, ésta sigue una trayectoria parabólica, despreciando la fricción del aire, la única fuerza sobre la bala durante el vuelo será su peso o sea la atracción terrestre. Luego el movimiento parabólico de una bala es también de caída libre.



La bala sigue un movimiento parabólico de caída libre

"La caída libre no necesariamente es vertical"

La aceleración de la gravedad (g)

Se denomina así a la aceleración que adquieren los cuerpos a causa de la atracción terrestre. Es sabido por ejemplo que una piedra dejada en libertad cae hacia el centro de la tierra y acelera mientras cae, debido a la atracción terrestre.

GRAVEDAD

Propiedad universal de los cuerpos que se manifiesta mediante dos fuerzas de atracción entre dos cuerpos cualesquiera del Universo.

Durante su caída un cuerpo mantiene su aceleración constante $(a = g)$ durante toda la trayectoria.

$g = 9,8\ m/s^2$ (S. I.)

$g = 32\ pies/s^2$ (S. Inglés)

Para casos prácticos utilizaremos el valor de la gravedad como: $10\ m/s^2$

La aceleración de la gravedad tiene las siguientes características:

"g" tiene un valor diferente en cada lugar de la Tierra.

☑ En los polos, debido al achatamiento de la Tierra, la aceleración de la gravedad alcanza su mayor valor:

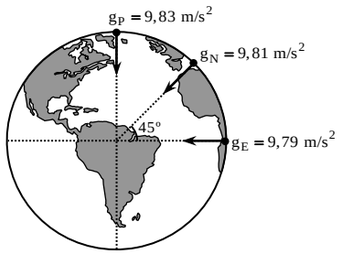
$$\boxed{g_P = 9,83\ m/s^2}$$

☑ En el Ecuador, a causa del ensanchamiento y rotación de la Tierra; la gravedad alcanza su menor valor:

$$\boxed{g_E = 9,79\ m/s^2}$$

☑ A latitud 45ºN y al nivel del mar se llama aceleración normal de la gravedad y tiene valor de:

$$\boxed{g_N = 9,81\ m/s^2}$$



En el vacío todos los cuerpos, grandes o pequeños, pesados o ligeros, caen a la tierra con la misma rapidez.

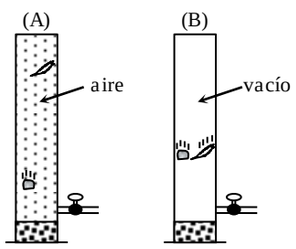


Figura A: La fricción del aire retarda la caída de la pluma

Figura B: En el vacío la piedra y la pluma caen juntas

Los cuerpos caen con la misma aceleración
En la antigüedad se creía que los cuerpos más pesados caían más rápido que los ligeros. En la actualidad se ha demostrado que los pesos de los objetos pueden ser diferentes; pero al caer se observa que lo hacen con la misma aceleración. Galileo Galilei fue el primero en demostrar que todos los objetos caen con la misma aceleración sin importar su masa.

También es conocido que una hoja que cae de un árbol se demora en el aire mucho más tiempo que la fruta que cae con la misma rama. La resistencia del aire retrasa la caída de los cuerpos más ligeros, más que las de los más pesados.

Los cuerpos ligeros tardan más en caer a causa de la resistencia del aire

Semejanza entre el MRUV y la Caida libre Vertical (CLV)

Si la altura desde la cual caen los cuerpos es pequeña comparada con el radio terrestre (6400 km) y no consideramos la fricción del aire se aprecia que la aceleración de la gravedad permanece prácticamente constante; entonces:

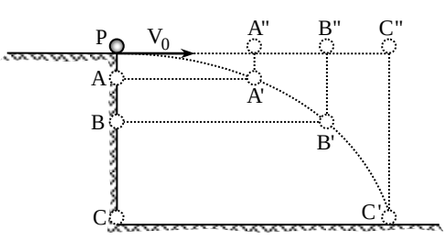
La caída libre vertical para alturas pequeñas

RESUMEN DE FÓRMULAS:

	Mov. vertical hacia abajo (+g)	**Mov. vertical hacia arriba** (–g)
1	$V_f = V_0 + gt$	$V_f = V_0 - gt$
2	$V_f^2 = V_0^2 + 2gh$	$V_f^2 = V_0^2 - 2gh$
3	$h = V_0 t + \frac{1}{2}gt^2$	$d = V_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
4	$h_n = V_0 + \frac{1}{2}a(2n-1)$	$d_n = V_0 + \frac{1}{2}g(2n-1)$

MOVIMIENTO COMPUESTO

Considerando el caso de una partícula que se mueve sobre una superficie horizontal y que abandona dicha superficie en el punto P, tal como se muestra en la figura, se cumple:



☑ El tiempo en **caída libre de P hasta C** es el mismo que ha transcurrido al **recorrer con velocidad constante de P a C"** y es el mismo que ha transcurrido en **recorrer la trayectoria curva real PC'**.

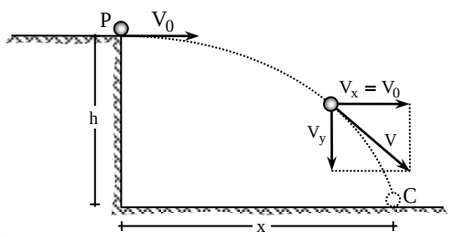
☑ A partir del momento en que la partícula abandona la superficie horizontal, el movimiento es compuesto, horizontal con MRU y vertical con MRUV.

☑ La velocidad horizontal es constante e igual a la velocidad inicial durante todo el movimiento, mientras que la velocidad vertical aumenta.

☑ La velocidad total en cualquier punto de la trayectoria es:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \text{ ó también: } V = \sqrt{V_0^2 + g^2t^2}$$

Fórmulas del movimiento compuesto semiparabólico:



Del movimiento horizontal:

$$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0} \quad \ldots (1)$$

Del movimiento vertical:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \ldots (2)$$

Sustituyendo con (1):

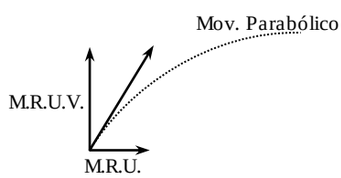
$$h = \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{V_0^2} \quad \ldots (3)$$

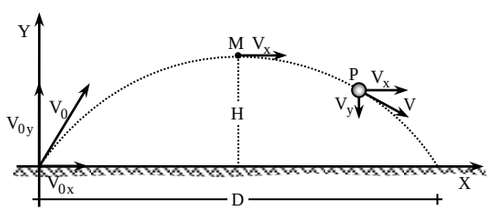
Igualando (1) y (2):

$$x = V_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

MOVIMIENTO PARABÓLICO

Este movimiento resulta de la composición de un movimiento horizontal rectilíneo uniforme (MRU) y un movimiento de caída libre vertical (MCLV).





Restricciones para el análisis del movimiento parabólico:

☑ Se desprecia la fricción del aire.
☑ Aplicable sólo para alturas pequeñas, ya que se considera constante la aceleración de la gravedad
☑ Los alcances serán pequeños de tal manera que nos permitan no tomar en cuenta la forma de la Tierra.
☑ Las velocidades de disparo no deben ser muy grandes porque el móvil podría adquirir trayectorias elípticas y rotar alrededor de la Tierra.

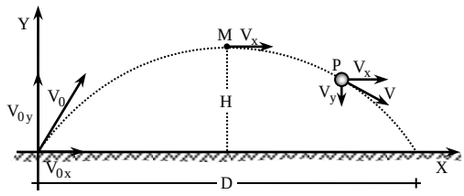
Características:

☑ Su trayectoria es una parábola.
☑ Por ser movimiento compuesto, se descompone en dos movimiento simples

a) **En el eje horizontal se tiene un MRU**
b) En el eje Y se tiene un movimiento vertical ascendente y luego descendente.

c) La velocidad de disparo se descompone en dos ejes "X" e "Y".
$V_y = V_0 \text{sen}\theta$; $V_x = V_0 \cos\theta$

d) Para un mismo nivel de referencia los **módulos** de las velocidades son iguales, lo mismo sucede con los ángulos.



Descomponiendo la velocidad inicial:

$$\begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\theta \\ V_{0y} = V_0 \text{sen}\theta \end{cases}$$

Dado que se trata de un movimiento compuesto, es posible definir los dos tipos de movimiento involucrados:

Horizontal con MRU

Desplazamiento: $x = V_0 \cos\theta t$ … (1)

Velocidad horizontal: $V_x = V_{0x} = V_0 \cos\theta$

(Constante durante todo el movimiento)

Vertical con MRUV

Desplazamiento: $y = V_0 \text{sen}\theta t - \frac{1}{2} g t^2$ … (2)

Velocidad vertical: $V_y = V_0 \text{sen}\theta - gt$ … (3)

$$V_y^2 = (V_0 \text{sen}\theta)^2 - 2gh \quad \ldots (4)$$

Observe que en el punto "M" (la mitad del recorrido) la velocidad vertical es nula, luego de la relación (3) se deduce que:

$$0 = V_0 \text{sen}\theta - gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{V_0 \text{sen}\theta}{g}$$

De donde el tiempo total de vuelo será:

$$\boxed{T = \frac{2V_0 \text{sen}\theta}{g}}$$

La velocidad total en un punto "P" cualquiera de la trayectoria estará dada por:

$$\boxed{V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

Analizando otra vez el punto "M", en la relación (4) se tiene: $0 = V_0^2 \text{sen}^2\theta - 2gH$

A partir de esto podemos definir la altura máxima alcanzada en un movimiento parabólico:

$$\boxed{H = \frac{V_0^2 \text{sen}^2\theta}{2g}}$$

Se sabe que: $x = V_0 \cos\theta t$; entonces para determinar el máximo alcance horizontal utilizaremos la relación (1) reemplazando el tiempo con el tiempo total de vuelo:

$$D = V_0 \cos\theta \cdot \frac{2V_0 \text{sen}\theta}{g} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{2V_0^2 \text{sen}\theta\cos\theta}{g}$$

Por identidad de ángulo doble se sabe que: $\text{sen}2\theta = 2\text{sen}\theta\cos\theta$, entonces:

$$\boxed{D = \frac{V_0^2 \text{sen}2\theta}{g}}$$

Alcance máximo:

Analizando el numerador de la relación anterior podemos apreciar que el valor máximo para "D" se da cuando $\text{sen}2\theta = 1$, por lo cual $2\theta = 90^\circ$; luego:

$$\boxed{D_{máx} = \frac{V_0^2}{g}}$$

De lo expuesto se deduce que el ángulo de tiro para lograr máximo alcance horizontal es 45º.

Importante:

Observe que al dividir miembro a miembro las ecuaciones de la altura máxima y alcance máximo obtenemos:

$$\frac{H}{D} = \frac{\frac{V_0^2 \text{sen}^2\theta}{2g}}{\frac{V_0^2 \text{sen}2\theta}{g}} = \frac{\text{sen}^2\theta}{2\text{sen}2\theta} \quad \Rightarrow \quad \frac{H}{D} = \frac{\text{sen}^2\theta}{4\text{sen}\theta\cos\theta}$$

Finalmente: $\boxed{\frac{H}{4D} = \tan\theta}$

Posición de la partícula:

La posición o coordenadas de la partícula estarán dadas por las ecuaciones paramétricas:

La posición transcurrido un tiempo "t"

$$\begin{cases} x = V_0 \cos\theta t & \ldots (1) \\ y = V_0 \text{sen}\theta t - \frac{1}{2} g t^2 & \ldots (2) \end{cases}$$

Ecuación de la trayectoria del movimiento parabólico:

De (1) se tiene que: $t = \frac{x}{V_0 \cos\theta}$

Sustituyendo en (2):

$$y = V_0 \operatorname{sen}\theta \cdot \frac{x}{V_0 \cos\theta} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \operatorname{sen}\theta} \right)^2 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{y = x \tan\theta - \frac{g x^2}{2 V_0^{\,2} \operatorname{sen}^2\theta}}$$

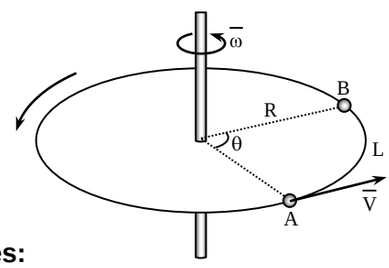
RESUMEN DE FÓRMULAS

Tiempo de vuelo $T_V = \frac{2V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$	Posición – partícula $\begin{cases} x = V_0 \cos\theta . t \\ y = V_0 \operatorname{sen}\theta . t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$	Altura máxima $H = \frac{V_0^{\,2} \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$
Alcance horizontal $D = \frac{V_0^{\,2} \operatorname{sen} 2\theta}{g}$	Ángulo de tiro $\tan\theta = \frac{4H}{D}$	Relación de H y T_V $H = \frac{g T_V^{\,2}}{8}$

MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL

Es aquel movimiento que se caracteriza por que su trayectoria es una circunferencia y de acuerdo a su velocidad angular se pueden clasificar en:

- ☑ Movimiento Circunferencial Uniforme **(MCU)**
  La velocidad angular es constante.
- ☑ Movimiento Circunferencial Uniformemente Variado **(MCUV)**
  La velocidad angular es variable y además posee aceleración angular.



Definiciones:

1. DESPLAZAMIENTO ANGULAR (θ): Es el ángulo que se describe en el centro de la trayectoria correspondiente a un arco de circunferencia, se le expresa generalmente en **radianes**.

2. DESPLAZAMIENTO LINEAL (L): Es la longitud de arco de la circunferencial recorrido por un cuerpo con movimiento circunferencial.

3. PERIODO (T): Es el tiempo que demora un cuerpo con movimiento circunferencial en dar una vuelta completa.

$$\boxed{T = \frac{\text{tiempo}}{N^o \text{de vueltas}}}$$

Unidades: segundos (s)

4. FRECUENCIA (f): Es el número de vueltas que efectúa el móvil con movimiento circunferencial en cada unidad de tiempo. También se define como la inversa del periodo.

$$\boxed{f = \frac{N^o \text{ de vueltas}}{\text{tiempo}}}$$

UNIDADES:

rev/s	=(R.P.S.)=	1/s = Hertz (Hz)
rev/min	=(R.P.M.)	
rev/hora	= (R.P.H.)	

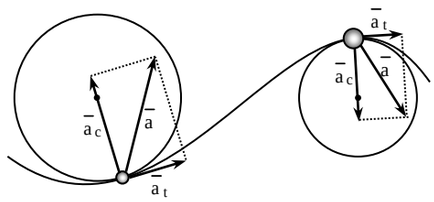
5. VELOCIDAD TANGENCIAL (V): Es una magnitud vectorial cuyo módulo mide el arco recorrido por el móvil en la unidad de tiempo. Se caracteriza por ser tangente a la trayectoria.
UNIDADES: m/s, cm/s, etc.

6. VELOCIDAD ANGULAR (ω): Es una magnitud vectorial cuyo módulo mide el ángulo barrido por el móvil en la unidad de tiempo. Se caracteriza por ser perpendicular al plano de rotación.
Unidades: rad/s, rev/min (R.P.M.)

8. ACELERACIÓN ANGULAR (□): Es aquella magnitud vectorial que nos indica cuanto aumenta o disminuye la velocidad angular en cada unidad de tiempo.
Unidades:
rad/s^2, rad/min^2, rad/h^2, etc.

9. ACELERACIÓN TANGENCIAL (a_T)
Es aquella magnitud vectorial que nos indica cuanto cambia la velocidad tangencial en cada unidad de tiempo.
Unidades: m/s^2, cm/s^2

10. ACELERACIÓN CENTRÍPETA (a_c)
Es la magnitud vectorial cuyo punto de aplicación es el móvil su dirección radial y sentido siempre señalan hacia la parte central de la circunferencia.
Unidades: m/s^2 , cm/s^2

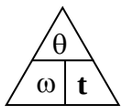


$\bar{a}_c$: aceleración centrípeta
$\bar{a}_t$: aceleración tangencial
$\bar{a}$: aceleración total

MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL UNIFORME

En un movimiento circunferencial que se caracteriza porque su velocidad angular

permanece constante durante todo el movimiento, esto significa que en tiempos iguales barre ángulos iguales.



Velocidad angular (ω):
En general se define como velocidad angular a la razón que existe entre el ángulo descrito por unidad de tiempo:

$$\omega = \frac{\text{ángulo}}{\text{tiempo}} = \frac{\theta}{t}$$

Unidades: rad/s; R.P.M.

En función del período y la frecuencia:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Velocidad tangencial (v)

$$V = \omega R \qquad V = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$$

MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL UNIFORMEMENTE VARIADO

Es aquel movimiento que se caracteriza por que su trayectoria es una circunferencia y su velocidad varía uniformemente conforme transcurre el tiempo esto significa que su aceleración angular permanece constante.
Las ecuaciones del movimiento son las mismas del movimiento rectilíneo uniformemente variado. Además algunas ecuaciones esenciales:

La aceleración en el Movimiento Circular Uniformemente Variado

Aceleración centrípeta
Es la magnitud vectorial cuyo punto de aplicación es el móvil su dirección radial y sentido siempre señalan hacia la parte central de la circunferencia.

$$a_c = \frac{V^2}{R} \qquad a_c = \omega^2 R$$

Unidades: m/s^2

Aceleración Tangencial:
Se define como el producto de la velocidad angular por el radio de curvatura de la trayectoria:

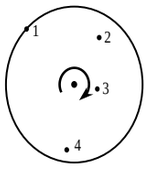
$$a = R\alpha$$

Si representamos un movimiento curvilíneo en general:
De acuerdo al diagrama se puede definir la aceleración total en cualquier punto mediante el Teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}$$

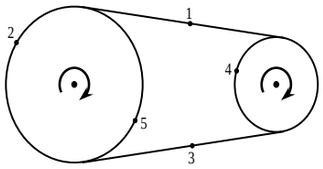
Propiedades del MCU

Todos los puntos de un cuerpo rígido, en rotación, poseen la misma "velocidad angular", no depende del radio de giro.



$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4$

En discos unidos por una faja de transmisión o en contacto tangencial, todos los puntos de la periferie de los discos tienen igual "velocidad tangencial".



$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5$

Fórmulas del MCUV

$$S = R\theta$$
$$V = R\omega$$
$$a = R\alpha$$
$$\omega_f = \omega_0 \pm \alpha t$$
$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$
$$\omega_f^{\,2} = \omega_0^{\,2} \pm 2\alpha\theta$$
$$\theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha t^2$$

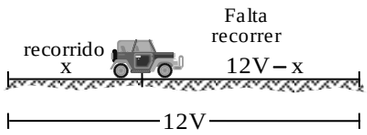
PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un automovilista observa en un momento determinado que 1/5 de lo recorrido equivale a 3/5 de lo que falta por recorrer. ¿Cuántas horas habrá empleado hasta ese momento, si todo el viaje lo hace en 12 horas?

a) 9 h b) 4 h c) 7 h
d) 3 h e) 5 h

Solución:

Sea "V" la velocidad del automovilista



Del dato:

$$\frac{1}{5}x = \frac{3}{5}(12V - x)$$

$$x = 36V - 3x \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{V} = 9$$

Tiempo de recorrido hasta el momento:

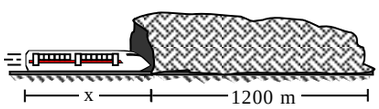
$$t = \frac{x}{V} = \boxed{9\ h}$$

2. Un tren tarda 70 s atravesar un túnel de 1200 m de longitud, y al pasar delante de una persona demora 20 s. ¿Cuál es la velocidad del tren?

a) 24 m/s b) 30 m/s c) 48 m/s
d) 20 m/s e) 16 m/s

Solución:

Cuando pasa el túnel:



$$\left.\begin{matrix} d = x + 1200 \\ t = 70 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{V = \frac{x + 1200}{70}} \quad \ldots (1)$$

Pasa frente a la persona:

$$\left.\begin{matrix} d = x \\ t = 20 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{V = \frac{x}{20}} \quad \ldots (2)$$

Recuerde que la velocidad es constante:

Igualando (1) y (2):

$$\frac{x + 1200}{70} = \frac{x}{20}$$

$$2x + 2400 = 7x \quad \Rightarrow \quad x = 480\ m$$

Cálculo de la velocidad y reemplazando en 2

$$V = \frac{x}{20} = \frac{480}{20} = \boxed{24\ m/s}$$

3. Un avión se acerca a una vía de aterrizaje de 100 m de largo con una rapidez de 40 m/s, si el sistema hidráulico permite que el avión vaya deteniéndose uniformemente. Calcular la desaceleración suficiente que debe tener el avión.

a) 5 m/s^2 b) 6 m/s^2 c) 8 m/s^2
d) 10 m/s^2 e) 12 m/s^2

Solución:

Datos: $V_0 = 10\ m/s$

$d = 100\ m$

$V_f = 0$ (el avión debe detenerse)

$t = ?$

Se sabe que:

$$V_f^2 = V_0^2 - 2ad$$

$$0 = (40)^2 - 2a(100)$$

$$200a = 1600$$

$$a = \boxed{8\ m/s^2}$$

4. Al frenar un auto, se produce una desaceleración de $10\ m/s^2$. ¿Qué distancia recorrerá en el último segundo de su trayecto?

a) 4 m b) 5 m c) 6 m
d) 8 m e) 10 m

Solución:

Datos: $a = 10\ m/s^2$ (desacelerado)

$t = 1\ s$ (último segundo)

$V_f = 0$

$d = ?$

$$V_f = V_0 - at$$

$$0 = V_0 - 10\ (1)$$

$$V_0 = 10\ m/s$$

Reemplazando en la formula

$$d = \left(\frac{V_f - V_0}{t}\right)$$

De la fórmula: $d = \left(\frac{10 + 0}{2}\right)1$

$$d = \boxed{5\ m}$$

5. Una partícula, en caída libre vertical, aumenta su velocidad en 20 m/s, en 4s, a la vez que recorre 80 m. Hallar la aceleración de la gravedad en este lugar y su velocidad inicial.

a) 7 m/s^2 b) 5 m/s^2 c) 3 m/s^2
d) 9 m/s^2 e) 2 m/s^2

Solución:

Datos: $V_0 = V$ $h = 80m$

$V_f = V + 20\ m/s$ $t = 4s$

Usamos fórmula de espacio – velocidad media

$$80 = \frac{V + (V + 20)}{2} \cdot 4$$

$V = 10\ m/s$ (Velocidad inicial)

Hallamos "g" usando la fórmula:

$$V_f = V_0 + gt$$

$$10 + 20 = 10 + g(4)$$

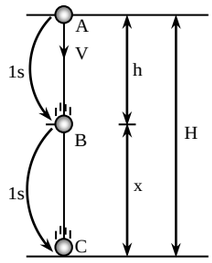
$$g = \boxed{5\ m/s^2}$$

6. ¿Qué altura descenderá una piedra, en 1 s en las cercanías de la superficie de la tierra, si el segundo anterior, la piedra descendió 10,2 m?

a) 10 m b) 20 m c) 30 m d) 40 m e) 50 m

Solución:

En el diagrama, desde el segundo anterior, debemos hallar: $H - h = x$



Tramo AB

$$h = V(1) + \frac{1}{2}g(1)^2$$

$$h = V + \frac{g}{2}$$

$$V = h - \frac{g}{2} \quad \ldots(1)$$

Tramo AC

$$H = V(2) + \frac{1}{2}g(2)^2$$

$$V = \frac{H}{2} - g \quad \ldots(2)$$

Igualando (1) y (2): $h - \frac{g}{2} = \frac{H}{2} - g$

De donde $H = 2h + g$

Cálculo de x $x = H - h$

$$x = (2h + g) - h$$

$$x = h + g$$

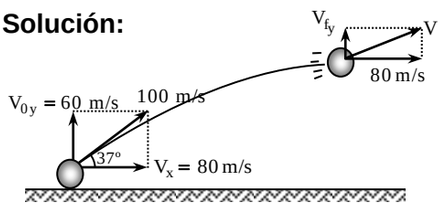
Reemplazando… $x = 10,2 + 9,8$

$$x = \boxed{20\ m}$$

7. Una pelota se lanza con una velocidad inicial de 100 m/s con un ángulo de inclinación con la horizontal de 37º. Calcular que velocidad lleva la pelota transcurridos 4 s. $(g = 10\ m/s^2)$.

a) $46,82$ m/s b) $82,46$ m/s
c) $80,42$ m/s d) $42,86$ m/s
e) $86,42$ m/s

Solución:



Sabemos que:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_{fy}^2} \quad \ldots(1)$$

Luego: $V_{fy} = V_{0y} - gt = 60 - 10(4)$

$$V_{fy} = 20\ m/s \quad \ldots(2)$$

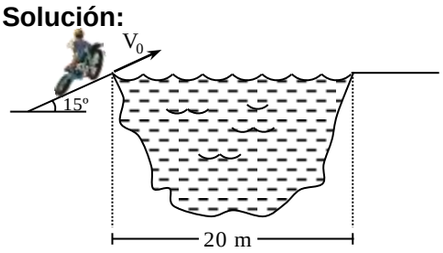
Reemplazando (2) y V_x en (1)

$$V = \sqrt{80^2 + 20^2} \Rightarrow V = \boxed{82,46\ m/s}$$

8. Calcular la mínima velocidad que puede tener un motociclista para lograr pasar el obstáculo mostrado en la figura. $(g = 10\ m/s^2)$.

a) 20 m/s b) 30 m/s c) 40 m/s
d) 50 m/s e) 60 m/s

Solución:



$$\boxed{Sen2\alpha = Sen2(15^\circ) = Sen30^\circ}$$

El alcance horizontal: $\boxed{D = \frac{V^2\ Sen2\alpha}{g}}$

Luego:

$$V = \sqrt{\frac{gD}{Sen\ 30^\circ}} = \sqrt{\frac{10(20)}{1/2}}$$

$$V = \boxed{20\ m/s}$$

9. Considerando un radio ecuatorial de 6400 km, determine la velocidad tangencial, con respecto al eje terrestre, en un punto ecuatorial en km/h.

a) $\frac{1600}{3}\pi$ km/h b) $\frac{1400}{3}\pi$ km/h
c) $\frac{1600}{3}$ km/h d) $\frac{1700}{3}\pi$ km/h
e) $\frac{1600}{5}\pi$ km/h

Solución:

Dadas las condiciones, el periodo de un punto de la superficie terrestre es 24 horas.

$T = 24 \times 3600\ s$

Se sabe que: $V = \frac{2\pi R}{T}$

Sustituyendo:

$$V = \frac{2\pi(6400\ km)}{24\ h}$$

$$V = \boxed{\frac{1600}{3}\pi\ km/h}$$

10. Halle la velocidad tangencial alrededor del eje terrestre de un punto en la superficie terrestre a una latitud de 60º N en km/h.

a) $\frac{800}{3}\pi$ rad/h b) $\frac{500}{3}\pi$ rad/h
d) $\frac{750}{3}\pi$ rad/h d) $\frac{505}{3}\pi$ rad/h
e) 500π rad/h

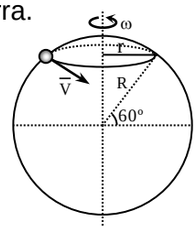
Solución:

La velocidad angular en cualquier punto de la Tierra es la misma, pero la velocidad tangencial varía de acuerdo al radio de la trayectoria de dicho punto de la Tierra.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi\ rad}{24\ h}$$

$$\omega = \frac{\pi}{12}\ rad/h$$



Cálculo del radio de curvatura a latitud 60º N:

$r = R\cos 60^\circ$

$$r = 6400\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow r = 3200\ km$$

Velocidad tangencial:

$V = \omega R$

$$V = \frac{\pi}{12}\ rad/h \times 3200\ km$$

$$V = \boxed{\frac{800}{3}\pi\ rad/h}$$

DEFINICIÓN DE ESTÁTICA

Es una rama de la mecánica, cuyo objetivo es el estudio de las condiciones que debe cumplir un conjunto de fuerzas que actúan sobre un cuerpo o un sistema rígido para que este se encuentre en equilibrio mecánico.

Equilibrio Mecánico

Un cuerpo se halla en equilibrio cuando se halla en reposo (equilibrio **estático**); o en movimiento rectilíneo uniforme (equilibrio **cinético**).

Equilibrio estático
Equilibrio cinético

$\bar{V} = 0;\ \bar{a} = 0$

$\bar{V} = cte;\ \bar{a} = 0;\ \bar{\omega} = 0$

$\bar{V} = 0;\ \bar{a} = 0;\ \bar{\omega} = cte$

FUERZA

Magnitud física vectorial bastante utilizada en la estática y dinámica que viene a ser el resultado de la interacción (la acción mutua de dos cuerpos) de dos o más cuerpos.
Una fuerza tiende a desplazar un cuerpo en la dirección de su acción sobre dicho cuerpo.

- También es todo agente capaz de modificar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo.
- La acción de una fuerza sobre un cuerpo produce deformaciones sobre él.

Unidades (S.I.) Newton (N)

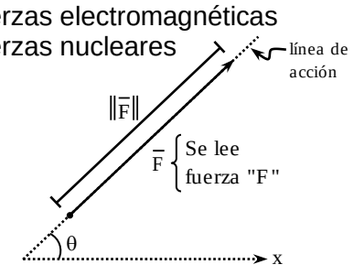
- La fuerza se representa por medio de un segmento dirigido (vector)

$\|\bar{F}\| =$: medida o módulo de $\bar{F}$

θ : dirección de la fuerza

De acuerdo a su origen las fuerzas se caracterizan en:

- Fuerzas débiles
- Fuerzas gravitacionales
- Fuerzas mecánicas
- Fuerzas electromagnéticas
- Fuerzas nucleares

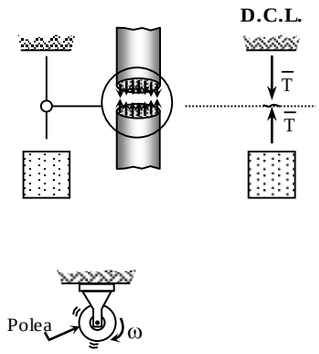


FUERZAS MÁS USUALES EN MECÁNICA

TENSIÓN O TRACCIÓN

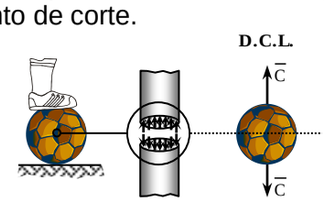
Son aquellas fuerzas que aparecen en el interior de los cuerpos (cables, sogas, hilos, cadenas, vigas o barras).

- Para graficar esta fuerza se debe hacer un corte imaginario sobre el cuerpo.
- La tensión se caracteriza por apuntar al punto de corte.

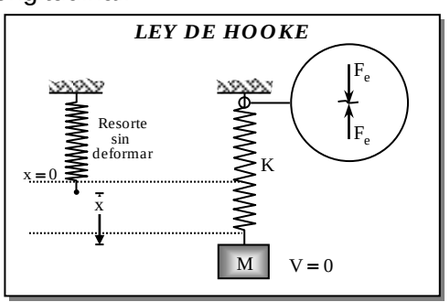


COMPRESIÓN.- Es aquella fuerza interna que se manifiesta en los cuerpos cuando son comprimidos o aplastados por fuerzas externas

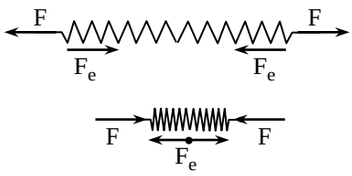
- Para graficar esta fuerza se debe efectuar un corte imaginario sobre el cuerpo.
- La compresión se caracteriza por alejarse del punto de corte.



FUERZA ELÁSTICA ($\bar{F}_e$).- Es aquella fuerza externa que se manifiesta en los cuerpos elásticos, cuando son estirados o comprimidos por fuerzas externas. Esta fuerza se opone a las fuerzas externas y trata que el cuerpo **elástico** recupere su longitud original. La fuerza elástica es directamente proporcional a la deformación longitudinal.



Resorte sin deformar



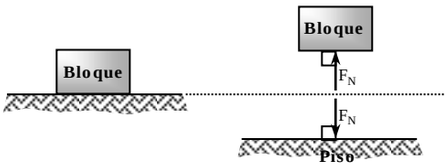
K= Constante de elasticidad o rigidez : $\frac{N}{m}$ ó $\frac{N}{cm}$

$$F_e = Kx$$

x = Elongación o estiramiento: m ó cm

FUERZA NORMAL ($\bar{F}_N$).- Es una fuerza externa que se encuentra en el contacto de 2 cuerpos o superficies, surge debido a la presión que un cuerpo ejerce sobre otro.

- **La fuerza normal siempre es perpendicular** a la superficie donde se apoya un cuerpo.

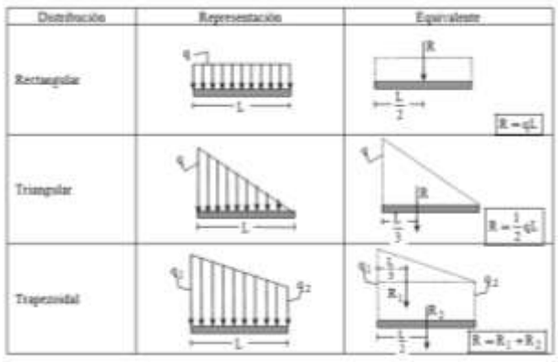


FUERZAS DISTRIBUIDAS

De manera ideal las cargas sobre un cuerpo se suponen puntuales, pero en realidad se aplican sobre una superficie o una línea. A partir de esto se definen nuevos conceptos denominados densidad lineal y densidad superficial, dependiendo sobre que actúan las fuerzas.

La finalidad es la reducción de un sistema distribuido de fuerzas a una sola fuerza puntual, la cual es aplicada en el centro de gravedad de la figura geométrica que forman las líneas de fuerza.

Transformación de fuerzas distribuidas a sistemas equivalentes



LEYES DE NEWTON: Las leyes de newton constituyen verdaderos pilares de la mecánica, fueron enunciadas en la famosa obra de Newton **"Principios matemáticos de la filosofía natural"** publicada en 1686 y de ellas son conocidas como la 1ra. 2da. y 3ra. Ley de Newton, de acuerdo al orden que aparecen en la obra citada en este capitulo estudiaremos la primera y la tercera ley que nos permiten analizar el equilibrio del cuerpo dentro del estudio de la estática; la segunda ley será estudiada en el capitulo de dinámica.

1era LEY DE NEWTON (LEY DE INERCIA)

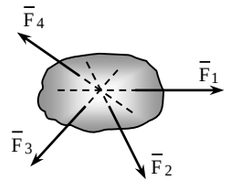
Todo cuerpo trata de mantener su estado de reposo o movimiento rectilíneo a no ser que un agente exterior le obligue a cambiar su estado de reposo.

3era LEY DE NEWTON (LEY DE ACCIÓN Y REACCIÓN)

Cuando dos cuerpos "A" y "B" interactúan, a la **ACCIÓN** de "A" se opone una **REACCIÓN** de "B" en la misma dirección, con la misma intensidad pero de sentido opuesto.

CONDICIONES DE EQUILIBRIO

PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO MECÁNICO (para una partícula) Un cuerpo se encuentra en equilibrio cuando la fuerza resultante que actúa sobre él, es igual a cero; para esto las fuerzas componentes deben ser necesariamente coplanares y concurrentes, esto implica que en cada eje, la sumatoria de fuerzas también debe ser cero.



Condición Algebraica

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4$$

$$R = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_X = 0 \\ R_Y = 0 \\ R_Z = 0 \end{cases}$$

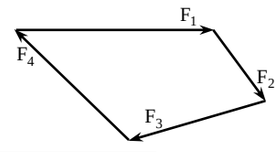
$$\sum F = 0$$

Método Práctico

En el eje X: $\sum F(\rightarrow) = \sum F(\leftarrow)$

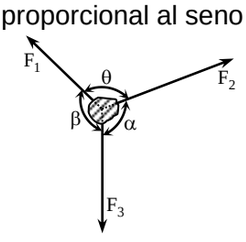
En el eje Y: $\sum F(\uparrow) = \sum F(\downarrow)$

CONDICIONES GRAFICAS.- Se sabe que si la resultante de un sistema de vectores forma un polígono cerrado entonces la resultante es cero.



$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 = \bar{0}$$

TEOREMA DE LAMY.- Si un sólido se encuentra en equilibrio bajo la acción de tres fuerzas coplanares y concurrentes en un plano el valor de cada una de estas fuerzas es directamente proporcional al seno del ángulo que se le opone.



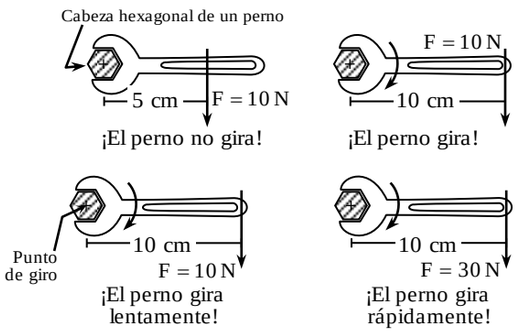
$$\alpha + \beta + \theta = 360°$$

$$\frac{F_1}{sen\alpha} = \frac{F_2}{sen\beta} = \frac{F_3}{sen\theta}$$

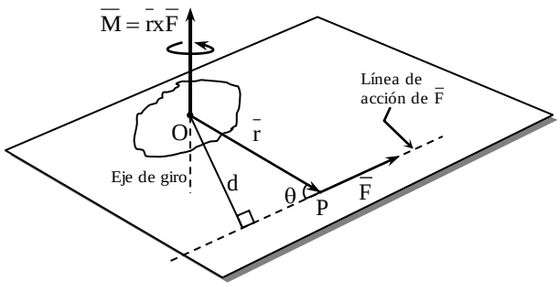
MOMENTO DE UNA FUERZA O TORQUE ($M_0^{\vec{F}}$).- Siempre que abres una puerta o un grifo o que ajustes una tuerca con una llave, ejercerás una fuerza de giro que produzca un torque. El torque no es lo mismo que la fuerza, si quieres que un objeto se desplace le aplicaras una fuerza, la fuerza tiende a acelerar los objetos. Si quieres que un objeto gire o de vueltas le aplicaras un torque, los torques producen giros alrededor de un punto o eje de rotación.
El momento o torque de una fuerza es una magnitud vectorial.

¡Observe!

Al observar los ejemplos gráficos y notamos que el momento de una fuerza (capacidad de producir giro) depende del valor de la fuerza aplicada y la distancia al centro o eje de giro, luego:



Si se expresa en forma matemática este fenómeno, podemos representar el momento de fuerza mediante un esquema que nos ayudará a comprender mejor su significado.



La distancia del punto "O" a la línea de acción de "F" es:

$$d = r sen\theta$$

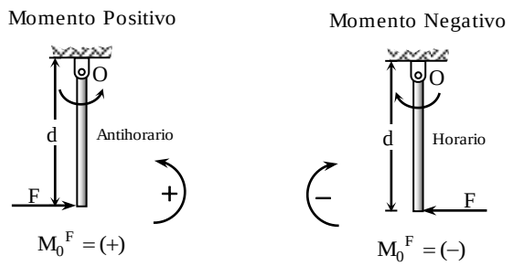
El módulo del Momento de la fuerza "F" con respecto al punto "O" será:

$$M_0 = Frsen\theta$$

***Nota*:** Un mismo momento de fuerza puede ser causado por una fuerza de módulo pequeño, cuyo brazo es grande y por una fuerza de módulo grande cuyo brazo es pequeño.

Nota curiosa:
El hombre ya tenia conocimientos de las propiedades de la palanca y fue Arquímedes, uno de los sabios de la Grecia antigua, quien enunció la ley del equilibrio de la palanca, tal como hoy se conoce y a él se le atribuye la curiosa frase universal: "**Dadme un punto de apoyo y moveré la tierra**" según describe Pierre Varignon en su famosa obra "Proyecto de una Nueva Mecánica".

CONVENCIÓN DE SIGNOS

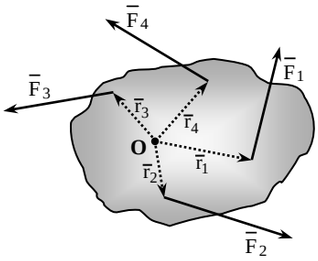


SEGUNDA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO.– Para que un cuerpo mantenga su estado de equilibrio, no debe rotar por lo tanto, el momento resultante que actúa sobre el debe ser cero, respecto a cualquier punto (centro de giro).

EQUILIBRIO DE UN CUERPO RÍGIDO
Cuando un grupo de fuerzas externas, están actuando sobre un cuerpo rígido, es necesario considerar:
1ra. condición: $\sum \bar{F}_i = \bar{0}$: es decir:
$\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum F_z = 0$
2da. condición: $\boxed{\sum \mathbf{M_0} = \mathbf{0}}$
MOMENTO RESULTANTE.- Si sobre un cuerpo actúan varias fuerzas externas entonces el momento resultante será igual a la suma

algebraica de los vectores del momento, generado por cada fuerza externa.

TEOREMA DE VARIGNON.- El momento resultante de un grupo de fuerzas respecto de un punto arbitrario es siempre igual a la suma algebraica de los momentos de las fuerzas componentes respecto del mismo punto.



$$\mathbf{F_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4}$$

"El momento de la resultante es igual a la suma de los momentos de cada una de las fuerzas componentes"

$$M_R = \sum M_i$$

$$\mathbf{\bar{r} \times \bar{F}_R = \bar{r}_1 \times \bar{F}_1 + \bar{r}_2 \times \bar{F}_2 + \bar{r}_3 \times \bar{F}_3 + \bar{r}_4 \times \bar{F}_4}$$

FUERZAS DE ROZAMIENTO:

Un cuerpo sometido a fuerzas externas se mantiene en equilibrio o se mueve dependiendo de la intensidad de dichas fuerzas, pero se podrá notar la existencia de otras fuerzas que impiden el movimiento libre de dicho cuerpo, debido generalmente al contacto entre el cuerpo y la superficie sobre la cual se apoya, a dichas fuerzas internas se denominan fuerzas de fricción o rozamiento.

Más adelante en el capítulo de Energía se enfocará este fenómeno como un disipador de energía, puesto que el rozamiento produce calor y dicho calor representa la energía disipada por un cuerpo.

Las fuerzas de rozamiento se presentan en la superficie de contacto de los cuerpos en movimiento relativo, la característica más resaltante es que siempre se oponen al movimiento.

Las fuerzas de rozamiento se clasifican en ***convenientes y nocivas.***

CONVENIENTES:

- Nos permite caminar, montar bicicleta, conducir autos o recoger objetos.
- Se aplica en la maquinaria como los frenos y las correas de transmisión.

NOCIVAS:

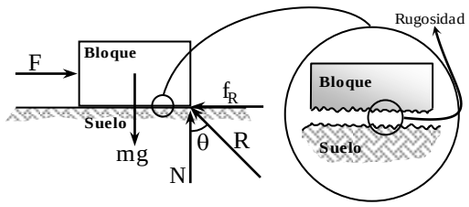
- Se producen en las maquinarias, y originan, pérdida de energía y desgaste de las superficies en contacto que se deslizan una sobre otra.

CLASIFICACIÓN:

- En sólidos
  - Por deslizamiento: Cuando un cuerpo se desliza sobre otro.
    - Cinético
    - Estático
  - Por rodadura: Cuando un cuerpo rueda sobre otro
- En fluidos: En gases o líquidos
  - Viscosidad

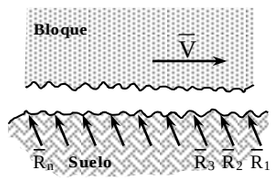
ROZAMIENTO POR DESLIZAMIENTO:

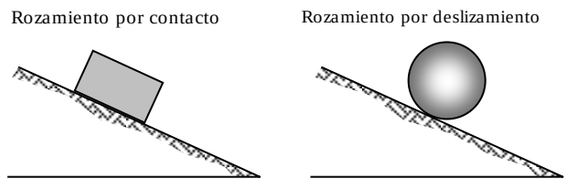
Llamado rozamiento seco o rozamiento de ***"Coulomb"*** describe la componente tangencial de la fuerza de contacto que existe cuando dos superficies secas se deslizan o tienden a deslizarse una respecto a la otra.



$$\bar{R} = \bar{f}_R + \bar{N} \qquad R = \sqrt{f_R^{\,2} + N^2}$$

Análisis de las superficies de contacto y la rugosidad

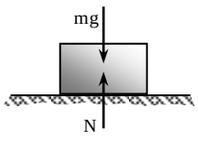




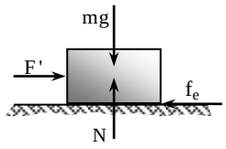
COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (μ): Es una magnitud adimensional definida como la tangente trigonométrica del ángulo máximo de rozamiento.

CLASES DE ROZAMIENTO POR DESLIZAMIENTO:

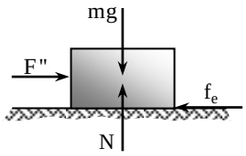
- **Rozamiento estático (f_e):** Es aquella fuerza que se opone al posible movimiento relativo del cuerpo respecto a la superficie de contacto. Su módulo es variable desde cero hasta un valor máximo, justo cuando el cuerpo se encuentra en movimiento inminente; es decir, está a punto de deslizarse.



Reposo



No hay movimiento



Movimiento inminente

$f_e = 0$

$$F' = f_e$$

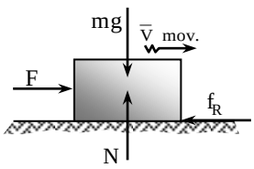
$$F'' = f_{e\,máx} = \mu_e N$$

F" viene a ser la mínima fuerza que se requiere para que el cuerpo inicie su movimiento.

$$0 \le f_c \le f_e = \mu_e N$$

$$\boxed{f_e = \mu_e N}$$

- **Rozamiento cinético o dinámico (f_C):** Es aquella fuerza de rozamiento que se opone al movimiento relativo del cuerpo respecto a la superficie en contacto. Para movimientos lentos y uniformes su módulo se considera constante.

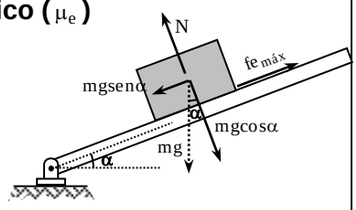


$$\boxed{f_c = \mu_c N}$$

Determinación experimental del coeficiente de rozamiento estático (μ_e)

En equilibrio:

$$\begin{cases} f_{e_{máx}} = mg\,sen\alpha \\ N = mg\cos\alpha \\ f_{e_{máx}} = \mu_e N \end{cases}$$

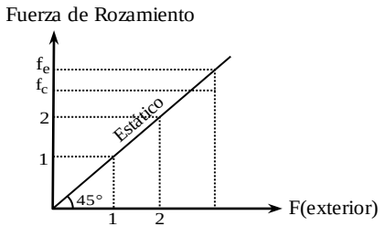


Igualando fuerzas en el eje Y:

$$mg\,sen\alpha = \mu_e mg\cos\alpha$$

$$\boxed{\mu_e = \tan\alpha}$$

Grafica de la fuerza de rozamiento vs. la fuerza externa



LEYES DEL ROZAMIENTO POR DESLIZAMIENTO: Los coeficientes de rozamiento dependen de la naturaleza de la sustancias en contacto.

1. Los coeficientes de rozamiento también dependen del grado de pulimentación de las superficies.
2. Las fuerzas de rozamiento son independientes de las áreas de la superficie en contacto.
3. La fuerza de fricción es independiente de las velocidades de los cuerpos en movimiento.
4. Las fuerzas de rozamiento siempre son opuestas al deslizamiento y tangente a las superficies en contacto.

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

Consiste en la elaboración de un esquema que debe mostrar al cuerpo totalmente aislado con todas las fuerzas que lo afectan, las cuales deben estar orientadas siguiendo algunas reglas que se exponen a continuación.

¿Como debo realizar un diagrama de cuerpo libre?

Seguir estrictamente las reglas:

1. Representar el peso vertical y hacia abajo.
2. En toda cuerda (o cuerpo tenso) representar una tensión que sale del D.C.L. siguiendo la dirección de la cuerda.
3. A lo largo de una misma cuerda existe una misma tensión.
4. En todo contacto entre superficies sólidas hay una fuerza que se representar entrando al (D.C.L.) en forma perpendicular a la superficie de contacto, llamada fuerza normal (N).
5. En apoyos lisos o perfectamente pulidos hay una solo reacción vertical u horizontal.
6. En apoyos ásperos o rugosos hay dos reacciones, vertical y horizontal.

Centro de Gravedad

Es el punto de aplicación de la resultante de todas las fuerzas de gravedad que actúan sobre las distintas masas materiales de un cuerpo.

En física, el centroide, el **centro de gravedad** y el centro de masas pueden, bajo ciertas circunstancias, coincidir entre si. En estos casos se hace válido utilizar estos términos de manera intercambiable. El centroide es un concepto puramente geométrico mientras que los otros dos

términos se relacionan con las propiedades físicas de un cuerpo. Para que el centroide coincida con el centro de masa, el objeto debe tener densidad uniforme, o la distribución de materia a través del objeto debe tener ciertas propiedades, tales como simetría. Para que un centroide coincida con el centro de gravedad, el centroide debe coincidir con el centro de masa y el objeto debe estar bajo la influencia de un campo gravitatorio uniforme.

Centro de masas

Es el punto geométrico donde la resultante de las fuerzas gravitatorias ejercidas por todos los cuerpos del sistema se anula. De manera análoga, en un sistema continuo es el punto donde la resultante de las fuerzas ejercidas por cada diferencial de masa se anula. Normalmente se abrevia como C.M.

En un tratamiento de sistemas de masas puntuales el **centro de masas** es el punto donde se supone concentrada toda la masa del sistema. El concepto se utiliza para análisis físicos en los cuales no es importante considerar la distribución de masa. Por ejemplo, en las órbitas de los planetas.

MOMENTOS DE PRIMER ORDEN

Los momentos de primer orden se pueden calcular utilizando el Teorema de Varignon

Cálculo del C.M. de un sistema de masas discreto

Las coordenadas del centro de masa de un sistema de masas discreto se calcula mediante la relación:

$$\bar{R}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\bar{r}_i m_i)}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

De aquí se desprenden las coordenadas:

$$x_{CM} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + \ldots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3 + \ldots + y_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}$$

$$z_{CM} = \frac{z_1 m_1 + z_2 m_2 + z_3 m_3 + \ldots + z_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}$$

Cálculo del C.M. de un sistema de masas continuo

Las coordenadas del centro de masa de un sistema de masas continuo se calcula mediante la relación:

$$\bar{R}_{CM} = \frac{\int \bar{r}\, dm}{\int dm} = \frac{\int \bar{r}\, dm}{M}$$

Donde $\int$ es un operador de suma infinitesimal denominado "integral" y "dm" es un elemento infinitesimal de masa. En el desarrollo de nuestra asignatura nos avocaremos solamente al cálculo de centros de gravedad y centros de masa de figuras discretas, en vista de que un sistema continuo es materia de estudio de cursos superiores de Física.

Cálculo del C.M. de una superficie.- Para una superficie o conjunto de superficies se tiene:

$$x_{CM} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3 + \ldots + x_n A_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n}$$

$$y_{CM} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3 + \ldots + y_n A_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n}$$

Se halla solamente 2 coordenadas en vista de que las superficies son bidimensionales.

Cálculo del C.M. de un volumen.- Para un volumen o conjunto de volúmenes se tiene:

$$x_{CM} = \frac{x_1 V_1 + x_2 V_2 + x_3 V_3 + \ldots + x_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}$$

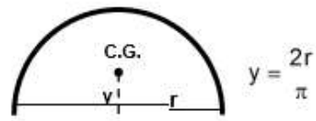
$$y_{CM} = \frac{y_1 V_1 + y_2 V_2 + y_3 V_3 + \ldots + y_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}$$

$$z_{CM} = \frac{z_1 V_1 + z_2 V_2 + z_3 V_3 + \ldots + z_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}$$

Para el caso de cuerpos con geometría regular tales como esferas, paralelepípedos, cilindros, etc. el C.M. coincidirá con el centro geométrico del cuerpo.

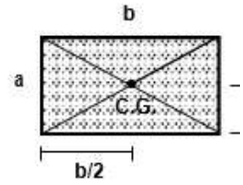
CENTROS DE GRAVEDAD DE FIGURAS CONOCIDAS

Semi-circunferencia

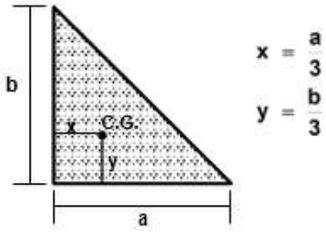


- AREAS

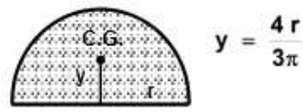
Rectángulo



Triangulo Rectángulo

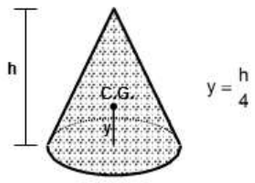


Semicírculo

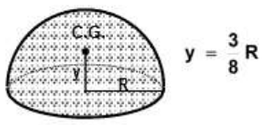


- VOLUMENES

Cono y Pirámide



Semiesfera



DINÁMICA

CONCEPTO: Parte de la Mecánica de sólidos que estudia el movimiento teniendo en cuenta las causas que lo producen. Las velocidades son pequeñas en comparación a la velocidad de la luz. La velocidad y la aceleración se miden con respecto a un sistema inercial de referencia.

Ley de inercia de Newton

Desde siempre, el problema del movimiento fue para el hombre un tema fascinante. Los filósofos griegos se admiraban y no ocultaban su sorpresa al ver como una flecha podía seguir en movimiento después de haber abandonado el arco que la había arrojado, ¿cómo es posible que siga moviéndose, si nadie la impulsa?, se cuestionaban. Para Aristóteles el movimiento estaba condicionado a la acción de una fuerza, pues sostuvo que: "Se necesita siempre una fuerza neta para que un objeto se mantenga en movimiento continuo."

Las ideas de Aristóteles prevalecieron por espacio de 2000 años, durante todo este tiempo tuvo el apoyo incondicional de la iglesia, puesto que sus ideas no se contraponían a las leyes de Dios. Se le acredita a Galileo ser el principal gestor en el derrumbamiento de las ideas de Aristóteles sobre el movimiento, fue necesario abandonar ciertos prejuicios para llegar finalmente a *La ley de la inercia*, que entre otras cosas afirma: La naturaleza está hecha de tal manera, que los cuerpos que están en movimiento siguen en movimiento por sí solos, sin que nadie tenga que ir empujándolos.

Antes de que hubiese trascurrido un año de la muerte de Galileo, nació Isaac Newton, quien en 1665, a la edad de 23 años planteó sus célebres leyes del movimiento. Estas leyes reemplazaron las ideas aristotélicas que habían dominado el pensamiento de los científicos durante 20 siglos.

La **primera ley del movimiento de Newton**, que se conoce como **ley de inercia**, es otra forma de expresar la idea de Galileo:

Todo objeto persiste en su estado de reposo, o de movimiento en línea recta con rapidez constante, a menos que se le apliquen fuerzas que lo obliguen a cambiar dicho estado.

Dicho de manera más sencilla, las cosas tienden a seguir haciendo lo que ya estaban haciendo, por ejemplo, unos platos sobre la mesa están en estado de reposo y tienden a mantenerse en reposo, como se observa, si tiras repentinamente del mantel sobre el que descansan. (Si quieres probar este experimento ¡comienza con platos irrompibles!, si lo haces correctamente verás que la breve y pequeña fuerza de fricción entre los platos y el mantel no basta para mover los platos en forma apreciable). Sólo una fuerza es capaz de cambiar el estado de reposo de un objeto que se encontraba en reposo.

Consideramos ahora un objeto en movimiento: Si lanzas un disco de jockey sobre la superficie de una calle, alcanzará el reposo en poco tiempo. Si se desliza sobre una superficie de hielo, recorrerá una distancia mayor. Esto se debe a que la fuerza de fricción sobre el hielo es muy pequeña. Si el disco se mueve en el aire, donde la fricción es prácticamente nula, se deslizará sin pérdida de rapidez aparente. Vemos pues que en ausencia de fuerzas, los objetos en movimiento tienden a moverse indefinidamente en línea recta. Ahora podemos comprender el movimiento de los satélites artificiales, un objeto lanzado desde una estación espacial situada en el vacío del espacio exterior, se moverá para siempre.

> La propiedad de todo cuerpo, de mantener su reposo o movimiento (mantener su velocidad) recibe el nombre de **inercia**.

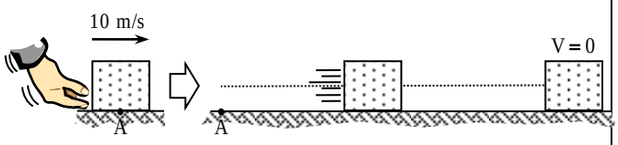
Vemos entonces que la ley de la inercia permite apreciar el movimiento desde un punto de vista totalmente distinto. Nuestros antepasados pensaban que el movimiento se debía a la acción de alguna fuerza, pero hoy sabemos que los objetos pueden seguir moviéndose por sí mismos. Se requiere una fuerza para superar la fricción y para poner los objetos en movimiento en el instante inicial. Una vez que un objeto se halla en movimiento en un entorno libre de fuerzas, seguirá moviéndose en línea recta por un tiempo indefinido.

La masa: una medida de la inercia
Si pateas una lata vacía, la lata se mueve con mucha facilidad, en cambio si está llena de arena no lo hará con tanta facilidad, y si está llena de plomo además de hacerte daño no se moverá. Una lata llena de plomo tiene más inercia que una lata llena de arena y esta a su vez tiene más inercia que una vacía.

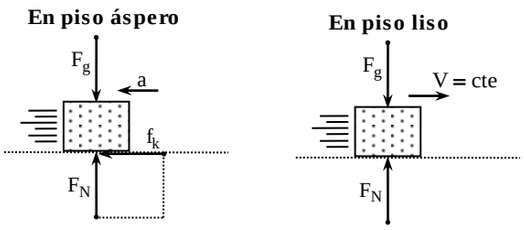
Para cuantificar la inercia de los cuerpos introducimos una magnitud llamada masa (m). La cantidad de inercia de un objeto, tanto mayor será la fuerza necesaria para cambiar su estado de movimiento.

Ya sabemos que por inercia, todo cuerpo tiende a mantener su velocidad, queda pues la pregunta, ¿quién causa los cambios de velocidad en los cuerpos?

Consideremos un pequeño ladrillo que es lanzado sobre una superficie horizontal áspera:



Notamos que el ladrillo después de recorrer cierto tramo, se detiene ($V = 0$), esto se debe a la fuerza de rozamiento cinético (opuesta a la traslación del ladrillo) que causa la disminución de su velocidad; pero si el piso fuese liso, mantendría su velocidad hasta que alguien o algo trate de modificarlo.



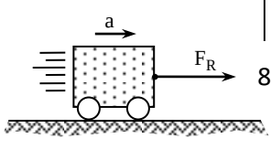
Por consiguiente: **un cuerpo cambia su velocidad debido a las fuerzas externas que lo afectan**.

La conclusión que anteriormente hemos logrado fue planteada por Isaac Newton en su segunda ley del movimiento.

La segunda ley de Newton dice:
La aceleración que adquiere un objeto por efecto de una resultante, es directamente proporcional al módulo de la fuerza resultante e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.
Matemáticamente:

$$a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow \boxed{F_R = ma} \text{ o también } \boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

Donde:



F_R : Fuerza resultante (N)
m : masa (kg)
a : aceleración del cuerpo (m/s^2)

Observaciones y Conclusiones

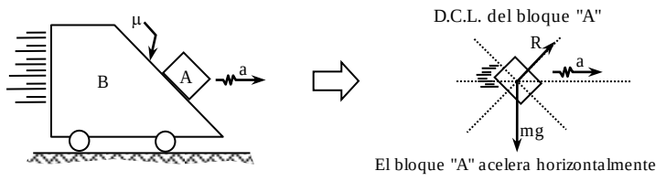
I. En el estudio de la mecánica clásica, donde la velocidad que alcanzan los cuerpos es pequeña en comparación con la velocidad de la luz, la masa es constante. Pero en mecánica relativista, donde la velocidad del cuerpo es próxima a la velocidad de la luz, la masa varía.

   Nuestro estudio está enmarcado en la mecánica clásica; en consecuencia: la masa se considera constante.

II. Para que un cuerpo experimente una aceleración, es necesario que sobre él exista una fuerza resultante. Si:
   $F_R = 0 \Rightarrow$ No existe aceleración $(a = 0)$
   $F_R \neq 0 \Rightarrow$ Existe aceleración $(a \neq 0)$

III. Si la fuerza resultante sobre el cuerpo es constante, su aceleración también lo será; pero, si la fuerza resultante varía, la aceleración también varía.
   Si: $\vec{F}_R = cte \Rightarrow \vec{a} = cte$
   $\vec{F}_R \neq cte \Rightarrow \vec{a} \neq cte$

IV. Si hay dos cuerpos interactuando entre sí por medio de cuerdas o apoyados uno en el otro, de modo que no hay movimiento relativo entre ellos; entonces: la aceleración del sistema es la misma para cada componente del conjunto. Por ejemplo:



Sistema inercial de referencia

Un sistema inercial es aquel que cumple con las leyes de Newton, lo que significa que un cuerpo sobre el cual no actúan fuerzas esta o bien en reposo (velocidad = 0), o bien en movimiento rectilíneo uniforme (velocidad = constante y aceleración = 0).

El movimiento uniforme es <u>movimiento no acelerado</u>, es decir <u>velocidad constante</u>. Un caso particular es cuando la velocidad es cero, decimos que el sistema está en reposo. En cualquiera de estas condiciones el sistema es un **sistema inercial**.

Supongamos que nos encontramos dentro de un avión, se mueve con velocidad constante, (sistema inercial) entonces dentro de éste podemos poner en marcha un sistema mecánico, tal como jugar <u>tenis de mesa</u>, o <u>billar</u>, del mismo modo que lo hacemos en la Tierra.

Independientemente de la velocidad que tenga el avión, no hay efecto perceptible sobre los objetos, y estos seguirán sujetos a las leyes de la mecánica.
Podemos resumir diciendo que un sistema mecánico es bastante independiente del movimiento uniforme del marco en el que se encuentra. Por lo tanto siempre que un sistema mecánico se halle dentro de un marco que se mueve con velocidad constante (**sistema inercial**) el comportamiento del sistema mecánico obedecerá las leyes de la mecánica.

DINÁMICA LINEAL

Es la parte de la física que estudia el movimiento en una recta considerando las causas que lo producen.

Definiciones:

☑ **Masa:** Magnitud física escalar que mide la cantidad de materia que posee un cuerpo.
- Es una medida de la inercia de los cuerpos (masa inercial).
- Está asociado a la fuerza de atracción (gravitacional).

☑ **Gravedad:** Propiedad universal de los cuerpos que se manifiesta mediante dos fuerzas de atracción entre dos cuerpos cualesquiera del Universo.

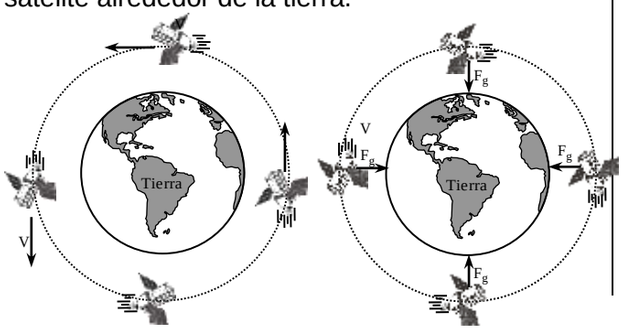
☑ **Inercia:** Propiedad inherente de un cuerpo por medio de la cual trata de mantener su estado de reposo o movimiento uniforme.

☑ **Peso (W):** Es la fuerza que la Tierra ejerce (Fuerza gravitacional) sobre los cuerpos que le rodean. Su valor es igual a la masa por la aceleración de la gravedad.

Unidades:
- **Sistema Internacional:** La unidad es el Newton (N).
- **Equivalencia**

DINÁMICA CIRCUNFERENCIAL

Es la parte de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos, cuya trayectoria es una circunferencia y las causas o efectos que la producen. Consideremos el movimiento de un satélite alrededor de la tierra.



Observe que el satélite describe una trayectoria curvilínea alrededor de la Tierra. Si despreciamos la influencia de los otros planetas, podríamos considerar a la trayectoria como una circunferencia, pero, ¿qué sucede con la velocidad?

Como en la dirección tangencial no hay fuerzas, la velocidad se mantiene constante en módulo, pero cambia continuamente de dirección, entonces como la velocidad cambia, el satélite experimenta aceleración, la cual debe ser causada por una fuerza resultante no nula.

Si analizamos el diagrama de fuerzas, notaremos que la fuerza resultante es la fuerza gravitatoria, la cual en todo instante apunta hacia el centro de la trayectoria que describe el satélite (centro de la Tierra).

En general, para que un cuerpo describa un movimiento circunferencial, debe ser afectado por una fuerza resultante no nula dirigida hacia el centro de la circunferencia a la que denominamos "Fuerza centrípeta (F_c)", la misma que provoca una aceleración (dirigida hacia el centro de la trayectoria circunferencial) denominada "aceleración centrípeta (a_c)" o normal. De la 2da. Ley de Newton:

$$F_R = ma \quad \Rightarrow \quad F_c = ma_c$$

La aceleración centrípeta mide el cambio de dirección y sentido de la velocidad tangencial a través del tiempo y se calcula así:

$$a_c = \frac{V^2}{R} \qquad \text{pero: } V = \omega R \quad \Rightarrow \quad a_c = \omega^2 R$$

Donde:

V	:	rapidez tangencial o lineal (m/s)
ω	:	rapidez angular (rad/s)
R	:	radio de la circunferencia (m)

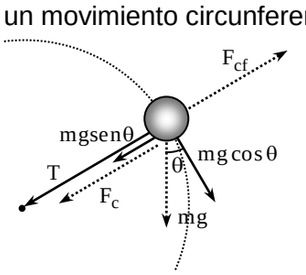
Ahora es posible definir la fuerza centrípeta:

$$F_c = \frac{mV^2}{R}$$

Pero cuando existe más de una fuerza radial actuando en el cuerpo, se aplica:

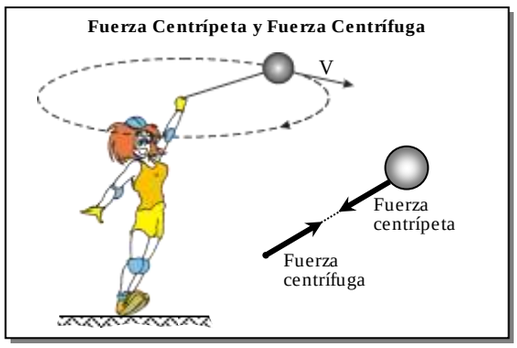
$$F_c = \sum \text{Fuerzas que van al centro} - \sum \text{Fuerzas que salen del centro}$$

En un movimiento circunferencial, se tiene:



Fuerza centrípeta: $F_c = T + mgsen\theta$

Fuerza centrífuga: $F_{cf} = F_c$

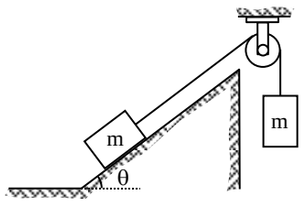


Recomendaciones para adquirir dominio en Dinámica

1. Elabore los diagramas de cuerpo libre de todo el conjunto si fuera posible o por separado para cada bloque.
2. Utilice un sistema de coordenadas de tal modo que el eje "X" sea paralelo al sentido de la aceleración (sentido del movimiento) y un eje "Y" perpendicular al sentido de la aceleración.
3. Descomponga toda fuerza oblicua en componentes rectangulares, en el sentido de los ejes coordenados "X" e "Y".
4. Asuma signo positivo al sentido del movimiento.
   - En el sentido del movimiento (eje "X"), utilice la 2da. Ley de Newton:
     $$\boxed{\sum F = ma}$$
   - En sentido perpendicular al movimiento (eje "Y"), utilice generalmente:
     $\boxed{\sum F = 0}$ (Condición de equilibrio)

PROBLEMAS RESUELTOS

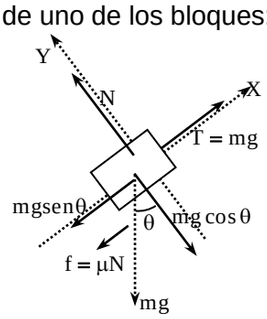
1. En el esquema las masas son iguales, determinar el coeficiente de rozamiento necesario para que los bloques se muevan con M.R.U.



a) $\tan\theta - \sec\theta$ b) $\sec\theta - \tan\theta$
c) $\sec\theta - \cos\theta$ d) $\tan\theta - \cot\theta$
e) $\sec\theta - \cot\theta$

Solución:

D.C.L. de uno de los bloques:



Por condición de equilibrio:

$\sum F_y = 0$: $N - mg\cos\theta = 0$

$N = mg\cos\theta$

$\sum F_x = 0$: $mg - f - mgsen\theta = 0$

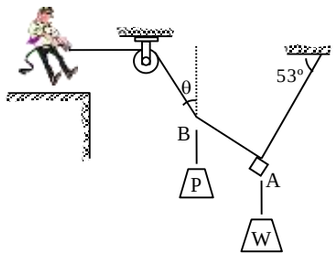
$\mu N = mg - mgsen\theta$

$\mu \cancel{mg}\cos\theta = \cancel{mg}(1 - sen\theta)$

$$\mu = \frac{1 - sen\theta}{\cos\theta}$$

$$\mu = \boxed{\sec\theta - \tan\theta}$$

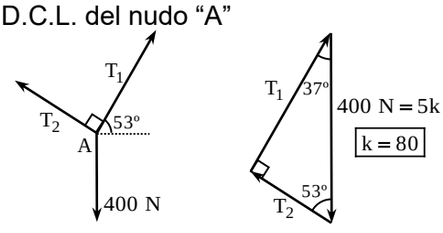
2. Un hombre ayudado por una polea jala una cuerda en forma horizontal, los pesos mostrados son $W = 400\ N$ y $P = 300\ N$. Si el sistema está en equilibrio hallar el ángulo "θ".



a) $tg^{-1}(0,2)$ b) $tg^{-1}\frac{16}{33}$ c) $tg^{-1}\frac{16}{37}$
d) $tg^{-1}(1,2)$ e) $tg^{-1}(0,4)$

Solución:

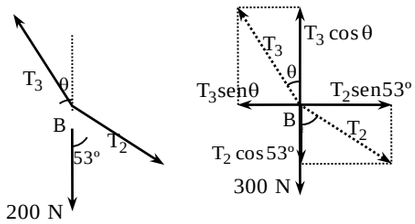
D.C.L. del nudo "A"



$T_1 = 4k = 320\ N$

$T_2 = 3k = 240\ N$

D.C.L. del nudo "B"



En el eje "X":

$\sum F_x = 0 : T_3 sen\theta - 240 sen53^\circ = 0$

$T_3 sen\theta = 240 sen53^\circ$

$T_3 sen\theta = 240 \times \frac{4}{5}$

$T_3 sen\theta = 192 \qquad \ldots (1)$

En el eje "Y":

$\sum F_x = 0 : T_3 sen\theta - 240 sen53^\circ = 0$

$\sum F_y = 0 : T_3 \cos\theta - 240 \cos 53^\circ - 300 = 0$

$T_3 \cos\theta = 240 \cos 53^\circ + 300$

$T_3 \cos\theta = 240 \times \frac{3}{5} + 300$

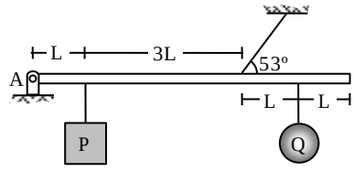
$T_3 \cos\theta = 444 \qquad \ldots (2)$

Dividiendo (1) entre (2):

$\frac{T_3 sen\theta}{T_3 \cos\theta} = \frac{192}{444} \Rightarrow \tan\theta = \frac{16}{37}$

$\theta = \boxed{tg^{-1}\frac{16}{37}} \Rightarrow \theta \approx 23,38^\circ$

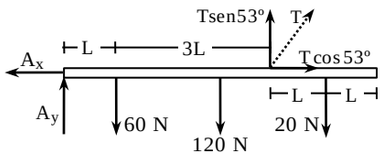
3. Una barra que pesa 120 N soporta dos cargas $P = 60\ N$ y $Q = 20\ N$, tal como se indica en la figura. Determinar la reacción en el apoyo A.



a) $30\sqrt{17}$ b) $40\sqrt{13}$ c) $40\sqrt{15}$
d) $40\sqrt{17}$ e) $40\sqrt{5}$

Solución:

Diagrama de cuerpo libre de la barra:



2da. condición de equilibrio:

$\sum M_A = 0 :$

$-L(60) - 3L(100) + 4L(Tsen53^\circ) - 5L(20) = 0$

$4T\left(\frac{3}{5}\right) = 60 + 300 + 120$

$12T = 5(480) \Rightarrow \boxed{T = 200\ N}$

1ra. condición de equilibrio:

$\sum F_x = 0 : \ A_x = T\cos 53^\circ$

$A_x = 200\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow \boxed{A_x = 160\ N}$

$\sum F_y = 0 : \ A_y + Tsen53^\circ = 200$

$A_y + 200\left(\frac{4}{5}\right) = 200$

$A_y + 160 = 200 \Rightarrow \boxed{A_y = 40\ N}$

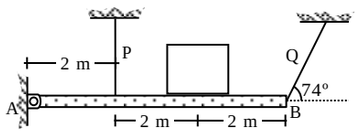
La reacción total en A es:

$R = \sqrt{(160)^2 + (40)^2}$

$R = \sqrt{(40)^2(4)^2 + (40)^2}$

$R = \boxed{40\sqrt{17}}$

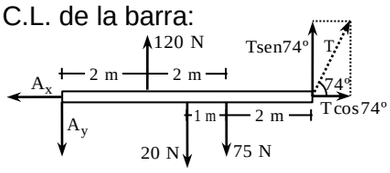
4. La tensión máxima que puede soportar el cable "P" es 120 N. Cuál es la reacción en el punto "A" para que el sistema se encuentre en equilibrio y el cable "P" a punto de arrancarse, después de colocar el bloque de 75 N de peso, si se sabe que el peso de la barra es 20 N.



a) 8,2 N b) 8,12 N c) 6,85 N
d) 8,77 N e) 6,45 N

Solución:

D.C.L. de la barra:



$\sum M_A = 0 :$

$2(120) - 3(20) - 4(75) + 6(Tsen74^\circ) = 0$

$6(Tsen74^\circ) = 120$

$6\left(\frac{24}{25}\right)T = 120 \Rightarrow \boxed{T = \frac{125}{6}\ N}$

$\sum F_y = 0 :$

$T\cos 74^\circ - A_x = 0$

$A_x = \frac{125}{6} \cdot \frac{7}{25} \Rightarrow \boxed{A_x = 7,2\ N}$

$\sum F_x = 0 :$

$120 + Tsen74^\circ - A_y - 20 - 75 = 0$

$A_y = 25 - \frac{125}{6} \cdot \frac{24}{25} \Rightarrow \boxed{A_y = 5\ N}$

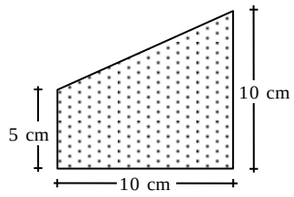
Finalmente:

$R_A = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}}$

$R_A = \sqrt{(7,2)^2 + 5^2}$

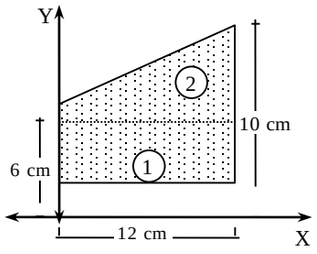
$R_A \approx \boxed{8,77\ N}$

5. La figura mostrada es una lámina de de acero de densidad uniforme, determinar las coordenadas del centro de gravedad.



a) $(4{,}67;\ 4{,}67)$ b) $(6{,}33;\ 4{,}67)$
c) $(4{,}67;\ 4{,}67)$ d) $(6{,}67;\ 4{,}67)$
d) $(6{,}67;\ 3{,}67)$

Solución:
Dividimos el gráfico en figuras conocidas:



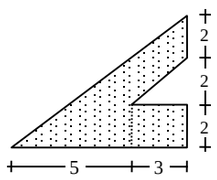
Elaborando una tabla:

Fig.	x_i	y_i	A_i	x_iA_i	y_iA_i
1	6	3	72	432	216
2	8	8	36	288	288
			108	720	504

$$x_c = \frac{720}{108} \approx 6{,}67$$
$$y_c = \frac{504}{108} \approx 4{,}67$$

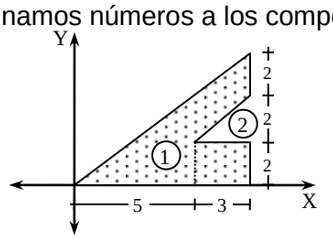
$\boxed{(6{,}67;\ 4{,}67)}$

6. Hallar las coordenadas del centro de gravedad de la siguiente figura homogénea.



a) $(6{,}38;\ 1{,}13)$ b) $(6{,}38;\ 2{,}13)$
c) $(4{,}38;\ 0{,}13)$ d) $(6{,}38;\ 0{,}13)$
e) $(5{,}38;\ 0{,}18)$

Solución:
Asignamos números a los componentes:



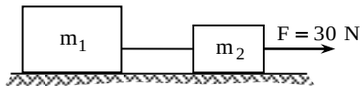
Elaborando una tabla:

Fig.	x_i	y_i	A_i	x_iA_i	y_iA_i
1	$\frac{16}{3}$	2	24	128	$\frac{32}{3}$
2	2	$\frac{8}{3}$	–3	6	–8
			21	134	$\frac{8}{3}$

$$x_c = \frac{134}{21} \approx 6{,}38$$
$$y_c = \frac{\frac{8}{3}}{21} \approx 0{,}13$$

$\boxed{(6{,}38;\ 0{,}13)}$

7. Los bloques son jalados por la fuerza "F" a través de una superficie lisa, tal como muestra la figura, hallar la tensión en el cable, si se sabe que: $m_1 = 4\ \text{kg}$, $m_2 = 2\ \text{kg}$. Use: $g = 10\ \text{m/s}^2$.

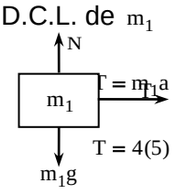


a) 30 N b) 20 N c) 18 N
d) 15 N e) 12 N

Solución:
Cálculo de la aceleración:

$$F = m_{total}a$$
$$30 = (4+2)a$$
$$30 = 6a \Rightarrow \boxed{a = 5\ \text{m/s}^2}$$

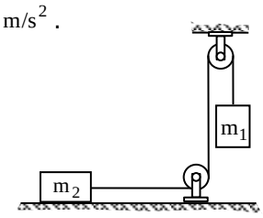
D.C.L. de m_1



$$T = \boxed{20\ \text{N}}$$

8. Hallar la aceleración del sistema, $m_1 = 3m_2$. Utilice $g = 10\ \text{m/s}^2$.

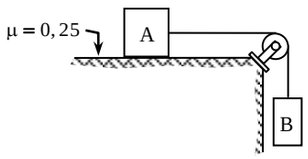
a) $1{,}5\ \text{m/s}^2$
b) $1{,}0\ \text{m/s}^2$
c) $0{,}8\ \text{m/s}^2$
d) $0{,}75\ \text{m/s}^2$
e) $0{,}6\ \text{m/s}^2$



Solución:
Cálculo de la aceleración:
La fuerza que mueve el sistema es m_1g

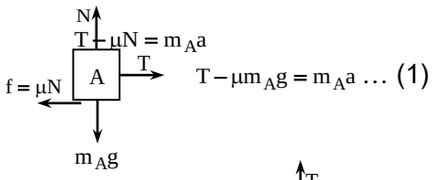
$$F = m_{total}a$$
$$m_1g = (m_1 + m_2)a$$
$$a = \frac{m_1g}{m_1 + m_2}$$
$$a = \frac{3m_2}{4m_2} \Rightarrow a = \boxed{0{,}75\ \text{m/s}^2}$$

9. En el sistema dinámico mostrado, determinar la masa de "B" si se sabe que los bloques se mueven con una aceleración de $4\ m/s^2$. $m_A = 12\ kg$, $(g = 10\ m/s^2)$.



a) 15 kg b) 14 kg c) 13 kg
d) 14 kg e) 18 kg

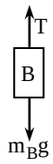
Solución:
D.C.L. del bloque "A":



$T - \mu N = m_A a$

$T - \mu m_A g = m_A a$ … (1)

D.C.L. del bloque "B":



$m_B g - T = m_B a$ … (2)

Sumando (1) y (2):

$m_B g - \mu m_A g = a(m_A + m_B)$

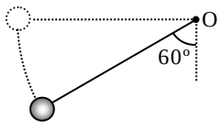
$10m_B - 0,25(12)(10) = 4(12 + m_B)$

$6m_B = 48 + 30$

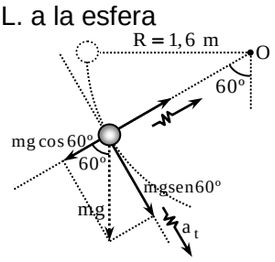
$m_B = \boxed{13\ kg}$

10. Un extremo de una cuerda de 1,6 m está fijo en el punto O y al otro extremo está atada una esfera de masa "m" la cual se suelta cuando la cuerda está horizontal. Hallar la aceleración tangencial del cuerpo (en m/s^2) y su velocidad en (m/s), cuando la cuerda forma 60º con la vertical, sabiendo además que en dicha posición la tensión de la cuerda es los 3/2 del peso de la esfera.

a) $5\sqrt{3}$; 4
b) $5\sqrt{3}$; 2
c) 5; $4\sqrt{3}$
d) $5\sqrt{3}$; 16
e) $10\sqrt{3}$; 4



Solución:
D.C.L. a la esfera



En dirección tangencial:

$mgsen60^o = ma_t$

$10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = a_t \Rightarrow \boxed{a_t = 5\sqrt{3}\ m/s^2}$

Cálculo de la velocidad (V)

$\sum F_{radiales} = ma_c$

$T - mg\cos 60^o = m\frac{V^2}{R}$

Del dato:

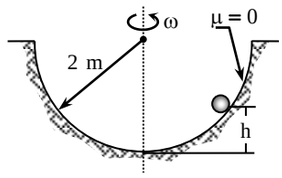
$\frac{3}{2}T - mg \times \frac{1}{2} = m\frac{V^2}{R}$

$V^2 = gR$

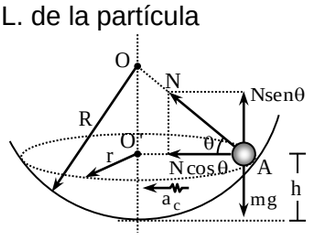
$V = \sqrt{10(1,6)} \Rightarrow V = \boxed{4\ m/s}$

11. Sobre un riel en forma de semicircunferencia que se encuentra en un plano vertical, puede deslizarse una partícula de masa "m". Hasta qué altura h, subirá la masa cuando el riel gire con una rapidez angular de 5 rad/s.

a) 1,6 m
b) 1,8 m
c) 1,2 m
d) 2,2 m
e) 3,2 m



Solución:
D.C.L. de la partícula



La esferita gira tomando de centro el punto O'.
En sentido vertical se sabe que:

$N sen\theta = mg$ … (1)

En la dirección radial:

$\sum F_{rad} = ma_c$

$N\cos\theta = m\omega^2 r$

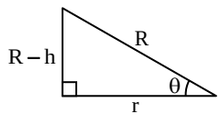
Pero: $r = R\cos\theta$

$N\cos\theta = m\omega^2 R\cos\theta \Rightarrow N = m\omega^2 R$ … (2)

Dividiendo (1) y (2):

$sen\theta = \frac{g}{\omega^2 R} = \frac{10}{5^2(2)} \Rightarrow sen\theta = \frac{1}{5}$

Graficando un triángulo geométrico, tenemos:



Igualando senos:

$\frac{R-h}{R} = sen\theta = \frac{1}{5}$

$5R - 5h = R \Rightarrow h = \frac{4}{5}R$

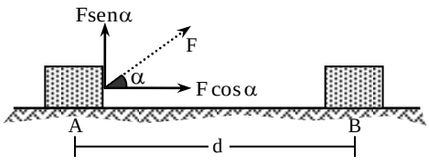
$h = \frac{4}{5}(2) = \boxed{1,6\ m}$

TRABAJO MECÁNICO

El trabajo es la transmisión del movimiento ordenado, de un participante a otro con superación de resistencia.

Matemáticamente podemos decir: "El trabajo es igual al producto del desplazamiento por la componente de la fuerza, a lo largo del desplazamiento". El trabajo es una **magnitud escalar**.

Trabajo mecánico de una fuerza constante no paralela al desplazamiento

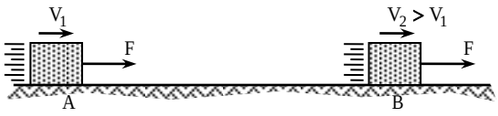


$$W_{AB} = F\cos\alpha\ d$$

Casos particulares:

a) El trabajo es positivo ($0^o \le \alpha < 90^o$)

Cuando sobre el cuerpo se tienen fuerzas a favor del movimiento.

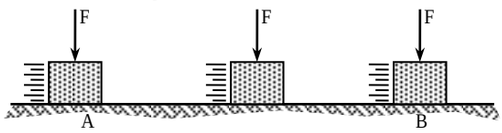


$$W_{AB} > 0$$

Estas fuerzas incrementan la rapidez, por este motivo decimos que la cantidad de trabajo es positivo: $W_{AB} > 0$

b) El trabajo es cero ($\alpha = 90^o$)

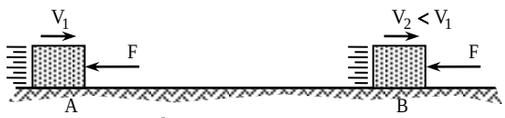
Las fuerzas que son perpendiculares a la dirección del movimiento, es decir a la velocidad, no incrementan ni disminuyen la rapidez del cuerpo, es por ello que decimos que su cantidad de trabajo es nula.



$$W_{AB} = 0$$

c) El trabajo es negativo ($90^o < \alpha \le 180^o$)

Para el caso en que la fuerza esté en contra del movimiento

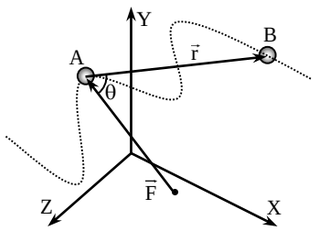


$$W_{AB} < 0$$

Definición vectorial:

El trabajo es el resultado del producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento:

$$W_{AB} = \bar{F}\cdot(B - A) = \bar{F}\cdot\bar{r}$$



Unidades: $W = N\cdot m = Joule$ (S.I.)

$W = dina\cdot cm = ergio$ (C.G.S)

Trabajo Neto o Resultante

Es igual a la suma algebraica de todos los trabajos parciales efectuados por las fuerzas exteriores que actúan sobre el cuerpo.

$$W_{neto} = \sum_{i=1}^{n} W_i \quad \text{o también} \quad W_{neto} = F_R d$$

$$W_{neto} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = F_R\cdot d$$

Importante:

Si: $V = cte \Rightarrow F_R = 0$

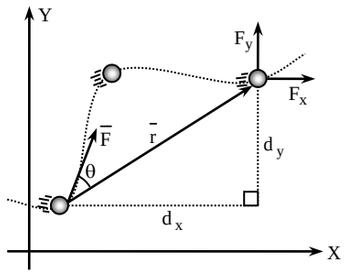
Luego: $W_{neto} = 0$

Interpretación vectorial del trabajo

El trabajo mecánico se define más propiamente mediante el concepto vectorial.

Consideremos una fuerza constante $\bar{F}$ que actúa sobre un cuerpo, el cual logra desplazarse $\bar{r}$.

De acuerdo al gráfico tenemos los vectores:



$\bar{F} = F_x i + F_y j$ y $\bar{r} = r_x i + r_y j$

A partir de esto se define el trabajo realizado por la fuerza $\bar{F}$, como:

$$W = \bar{F}\bar{r}$$

Expresado en pares ordenados sería:

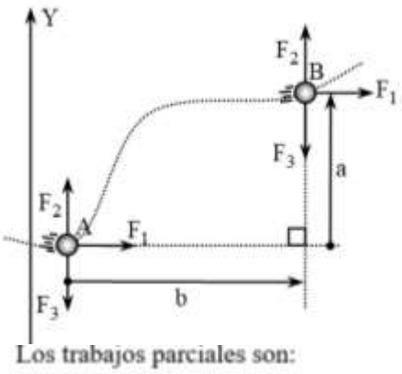
$W = (F_x,\ F_y)(r_x,\ r_y) \Rightarrow W = F_x r_x + F_y r_y$

Además se sabe que:

$$W = \|\bar{F}\|\|\bar{r}\|\cos\theta$$

Donde "θ" es el ángulo formado por la fuerza y el vector posición.

Consecuencia Importante:
Consideremos una partícula que se mueve entre los puntos A y B, sobre la cual actúan fuerzas que conservan su dirección, entonces:



Los trabajos parciales son:

$$W_1 = \bar{F}_1 \cdot \bar{b}$$

$$W_2 = \bar{F}_2 \cdot \bar{a}$$

$$W_3 = -\bar{F}_3 \cdot \bar{a}$$

De tal modo que:

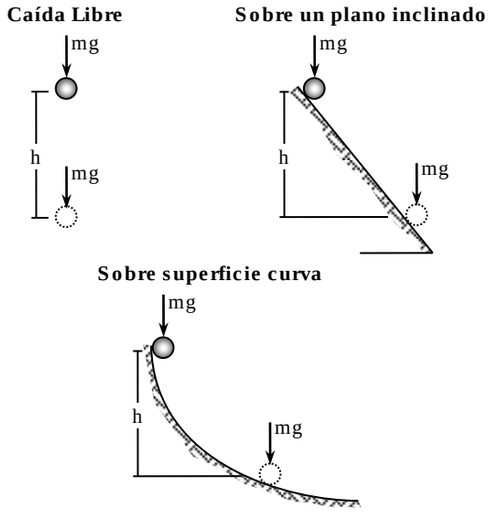
$$W_{neto} = \bar{F}_1 \cdot \bar{b} + \bar{F}_2 \cdot \bar{a} - \bar{F}_3 \cdot \bar{a}$$

$$W_{neto} = W_1 + W_2 + W_3$$

Esta consecuencia es útil cuando se calcula el trabajo de fuerzas conservativas, como la fuerza de gravedad.

Fuerzas Conservativas
Son fuerzas cuyo trabajo desarrollado entre dos puntos no depende de la trayectoria seguida; solamente depende de los puntos o niveles inicial y final. En una trayectoria cerrada, el trabajo que realiza una fuerza conservativa es nulo. Son ejemplos de fuerzas conservativas: la fuerza de gravedad, la fuerza elástica, las fuerzas eléctricas, etc.

Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria
Este trabajo sólo depende del desplazamiento vertical (h). Observando los ejemplos se puede apreciar que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es el mismo en todos los casos, y no depende de la trayectoria que sigue el móvil.



En todos los casos, el trabajo está dado por:

$$W = mgh$$

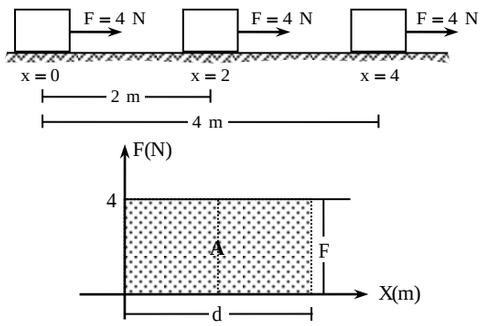
Recomendaciones para la resolución de problemas

1. Haga el D.C.L. del cuerpo o partícula en análisis.
2. Ubicar la dirección del desplazamiento del cuerpo o partícula.
3. Descomponer las fuerzas en la dirección del desplazamiento, esas componentes son las que realizan trabajo mecánico.
4. Utilice la definición del trabajo de una fuerza o del trabajo neto.
5. Si se trata de ejemplos vectoriales utilice la definición correspondiente.
6. Cuando las fuerzas son variables durante el desplazamiento; lo recomendable es realizar una gráfica "F" vs. "x".
7. Recuerde que los temas aprendidos en Cinemática y Dinámica son herramientas muy útiles para la resolución de problemas.
8. Recuerde que las fuerzas de rozamiento desarrollan siempre un trabajo negativo.
9. Algunos problemas se resuelven utilizando los conceptos de energía mecánica; esto porque más adelante veremos la relación que existe entre la energía mecánica y el trabajo mecánico.

Representación Gráfica del Trabajo

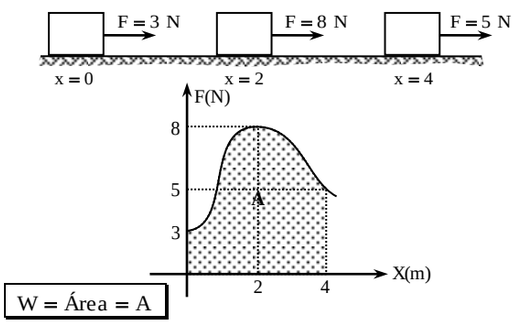
Al igual que en el movimiento, es también posible hacer gráficas de la fuerza $\bar{F}$ y el desplazamiento ($\bar{x}$) realizado por el cuerpo.

Caso I: Cuando la fuerza es constante



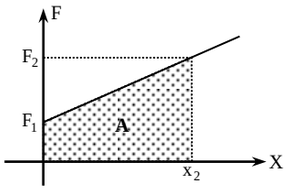
$$W = \text{Área}$$

Caso II: Cuando la fuerza es variable



$$W = \text{Área} = A$$

1. Si la fuerza varía linealmente:

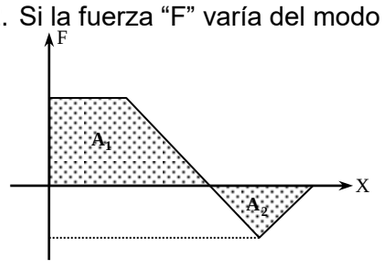


El trabajo desde $x_0 = 0$ hasta x_2 será:

$W = \text{Área del trapecio}$

$$\boxed{W = \left(\frac{F_1 + F_2}{2}\right) x_2}$$

2. Si la fuerza "F" varía del modo indicado:



Se observa:

A_1 : Trabajo positivo

A_2 : Trabajo negativo

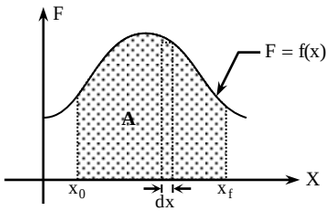
Luego:

$$\boxed{W_{total} = W_{neto} = A_1 - A_2}$$

3. El trabajo entre las posiciones x_0 y x_f cuando la fuerza está dada por una función $F = f(x)$:

Cuando la fuerza está dada por una función: $F = f(x)$, el área bajo la curva se calcula utilizando sumas infinitesimales (Cálculo Integral), de la siguiente forma:

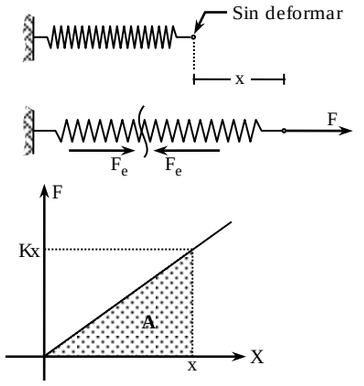
$$\boxed{W = \text{Área} = A} \text{ ó } \boxed{W = \int_{x_0}^{x_f} f(x)dx}$$



Donde: dx (diferencial de x) representa una distancia infinitesimal.

El alumno podrá notar que este tipo de expresión implica conocer otras disciplinas de Cálculo Superior, las cuales se desarrollarán en cursos más avanzados de Física.

Trabajo realizado por una fuerza elástica



Por la Ley de Hooke: $F_e = Kx$

$$\boxed{W = \text{área} = \frac{1}{2}Kx^2}$$

Donde:

K : constante de rigidez del resorte (N/m)

x : deformación o elongación del resorte

Unidades y Equivalencias

$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ ergios}$

$1 \text{ kg} \cdot \text{m} = 9,8 \text{ Joules} = 9,8 \times 10^7 \text{ ergios}$

$\text{g} \cdot \text{cm} = 980 \text{ ergios}$

POTENCIA MECÁNICA

En la actualidad, para efectuar un trabajo mecánico, como por ejemplo la excavación de una zanja o de un pozo, puede participar una cuadrilla de obreros o también los tractores excavadores ya que ambos podrían realizar el mismo trabajo. La diferencia está en la rapidez con la que se realiza, es decir el factor tiempo. En la práctica los tractores en mínimo tiempo realizan la obra, mientras que la cuadrilla de obreros demora más tiempo.

Definimos ahora una nueva magnitud física denominada "Potencia". Con respecto al ejemplo anterior podemos afirmar que los tractores desarrollan mayor potencia que los obreros y esta nueva magnitud nos ayuda a caracterizar la rapidez con la cual realizan trabajo mecánico específicamente una pala mecánica, motor eléctrico, bomba hidráulica, etc.

La Potencia

Es una **magnitud física escalar**, que nos expresa la rapidez con la cual se desarrolla trabajo. También se le puede definir como la energía que se transmite por unidad de tiempo.

Matemáticamente la potencia media desarrollada se determina así:

$$P = \frac{\text{Trabajo}}{\text{Tiempo}} = \frac{\text{Energía}}{\text{Tiempo}} \text{; es decir: } \boxed{P = \frac{W}{t}}$$

En función de la velocidad, tenemos: $P = F\frac{d}{t}$

$$\Rightarrow \boxed{P = FV}$$

P : Potencia (en W) W : Trabajo (en J)

t : Tiempo (en s) F : Fuerza (en N)

V : Velocidad (en m/s)

Unidades:

$$\boxed{P = \frac{W}{t}} \begin{cases} \text{SI}: \ \frac{J}{s} \ \text{(watt ó vatio)} \\ \text{CGS}: \ \frac{\text{ergio}}{s} \end{cases}$$

Abreviaturas de las unidades comerciales

C.V. : Caballo vapor

H.P. : Caballo de fuerza, (Horse Power)

kW : Kilowatts ó kilovatio

1. Si el cuerpo se mueve con M.R.U.

$$P = F.V$$ V: Velocidad constante

2. Si el cuerpo se mueve con M.R.U.

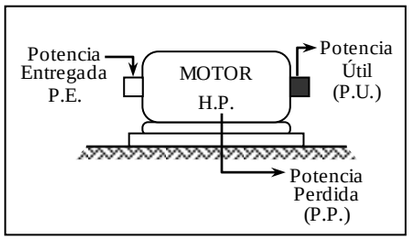
$$P_{media} = F.V_{media} \; ; \; P_{media} = F\left(\frac{V_f + V_0}{2}\right)$$

3. Potencia Instantánea (P_i)

$$P_i = F.V_i$$

¿Cómo evaluamos el rendimiento de una máquina?

En un esquema de una máquina donde se tenga en cuenta el tipo de potencia que absorbe y además el tipo de potencia que arroja o entrega dicha máquina. Se nota que durante el proceso las máquinas experimentan debido a la fricción interna, una disipación de potencia térmica (potencia disipada) hacia el medio ambiente que muchas veces no es aprovechada.



$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Potencia útil que entrega}}{\text{Potencia absorbida por máquina}}$$

$$\eta = \frac{P.U.}{P.E.} \quad \ldots \; 0 \le \eta < 1$$

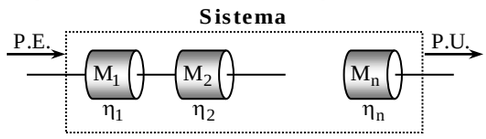
$$\eta = \frac{P.U.}{P.E.} \times 100\% \quad \ldots \; 0 \le \eta < 100$$

Además: $P.E. = P.P. + P.U.$

1. La eficiencia también se calcula relacionando sus energías de salida y entrada.

$$\eta = \frac{E_{salida}}{E_{entrada}}$$

2. Para varias máquinas conectadas en serie y con sus eficiencias respectivas se cumple:



$$\eta_{sistema} = \frac{P.U.}{P.E.}$$

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \ldots \eta_n = \frac{P.U.}{P.E.}$$

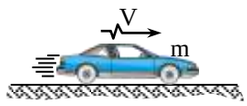
ENERGÍA MECÁNICA

Es una **magnitud física escalar** que representa la capacidad que tiene un cuerpo para poder realizar un trabajo. Es la medida de todas las diferentes formas de movimiento existentes.

Anteriormente hablamos de la transferencia de movimiento mecánico de un cuerpo sobre otro, es decir del trabajo mecánico el cual es posible sintetizar así:

Clases de Energía

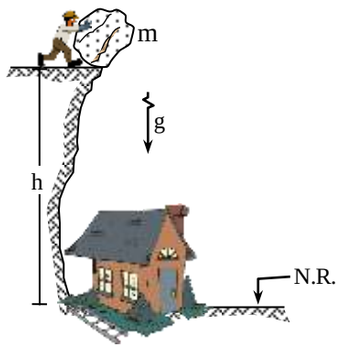
Energía Cinética (E_c): Es una magnitud física que nos expresa la medida escalar del movimiento de un cuerpo o una partícula. Matemáticamente se define por:



$$E_C = \frac{1}{2}mV^2$$

Unidades :
m: masa (en kg)
E_c : Energía Cinética (en J)
V: Velocidad (en m/s)

A) Energía Potencial Gravitatoria (E_{pg}): Cuando un cuerpo se encuentra a una determinada altura respecto a un nivel de referencia y mantiene latente su capacidad de realizar trabajo debido a su peso.



La energía potencial gravitatoria de un cuerpo depende del nivel de referencia (N.R.), lo cual determina que dicha energía es relativa.

$$E_{Pg} = mgh$$

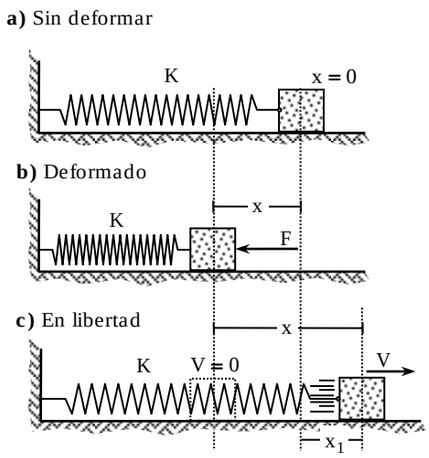
E_{Pg}	:	Energía potencial gravitatoria (J)
m	:	masa (kg)
g	:	aceleración de la gravedad (m/s^2)
h	:	altura (m)

En la relación anterior, “h” es la distancia que se mide desde el nivel de referencia (N.R.) hacia donde está concentrada la fuerza de gravedad del cuerpo (C.G.).

B) Energía Potencial Elástica (E_{PE}): Es la energía que tienen los resortes o muelles cuando están estirados o comprimidos una distancia “x” hay energía almacenada, expresada por:

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}Kx^2$$

E_{Pe}	:	Energía potencial elástica (en J)
K	:	Constante de elasticidad (en N/m)
x	:	Elongación (en m)



Resorte sin deformar
En este caso el valor de "x" es nulo $(x = 0)$, el resorte no tiene capacidad de transmitir movimiento al bloque entendemos así que el resorte sin deformar no le asociamos energía potencial elástica.

Resorte deformado
Ahora si al bloque lo vamos empujando hacia la izquierda se irá comprimiendo el resorte.

Bloque en libertad
El bloque al ser soltado inicia su movimiento gracias a la energía almacenada por el resorte comprimido.

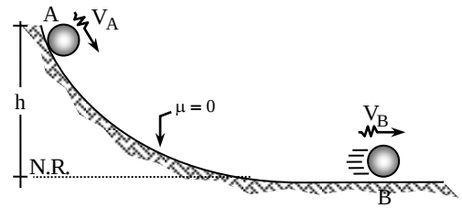
PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Si sólo fuerzas conservativas actúan sobre un cuerpo en movimiento, su energía mecánica total permanece constante, para cualquier punto de su trayectoria, o sea, que la energía mecánica del cuerpo se conserva.

Cualquier forma de energía se transforma en otra porque:

"La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma."

A este fenómeno se denomina **"Ley de la conservación de la energía"**.



Si no hay rozamiento:

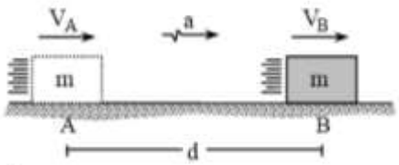
$EM_A = EM_B$

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

TEOREMA DEL TRABAJO TOTAL O NETO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

El siguiente teorema representa una de las generalizaciones más importantes que tratan cuantitativamente los procesos de trabajo con variación de energía.

Se sabe que:



$W_{AB} = Fd = mad$ … (1)

Pero por cinemática se sabe que: $V_B^2 = V_A^2 + 2ad$

De donde: $ad = \dfrac{V_B^2 - V_A^2}{2}$ … (2)

Reemplazando (2) en (1)

$$W_{AB} = m\left(\frac{V_B^2 - V_A^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow W_{AB} = \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2$$

$$W_{AB} = E_{C_B} - E_{C_A}$$

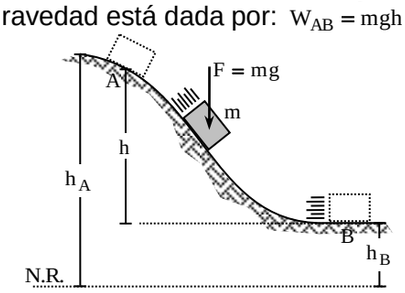
$$W_{AB} = E_{C_{final}} - E_{C_{inicial}}$$

Finalmente: $W_{AB} = W_{neto} = \Delta E_C$

"El trabajo neto realizado por un cuerpo entre los puntos "A" y "B" es igual al incremento de energía cinética que experimenta en ese trayecto."

RELACIÓN ENTRE EL TRABAJO TOTAL O NETO Y LA ENERGÍA POTENCIAL

Consideremos un bloque que desciende sobre una superficie, tal como se muestra en la figura:
De A hacia B la cantidad de trabajo de la fuerza de gravedad está dada por: $W_{AB} = mgh$



Pero: $h = h_A - h_B$

De donde:

$W_{AB} = mg(h_A - h_B)$

$W_{AB} = mgh_A - mgh_B$

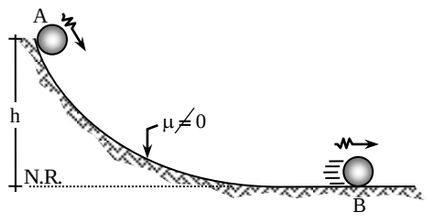
$$W_{AB} = E_{P_{inicial}} - E_{P_{final}}$$

$$W_{AB} = E_{P_A} - E_{P_B} = -(E_{P_B} - E_{P_A})$$

$$W_{AB} = W_{neto} = -\Delta E_P$$

TEOREMA DEL TRABAJO DE LAS FUERZAS NO CONSERVATIVAS (W_{FNC}) Y LA ENERGÍA MECÁNICA

Cuando sobre un cuerpo durante una situación inicial y final actuaron fuerzas no conservativas que realizaron trabajo; entonces la variación de su energía mecánica se debe al trabajo de estas fuerzas.



Hay rozamiento por lo tanto hay fuerzas **no** conservativas (FNC).

$$\Delta EM = W_{FNC}$$

$$EM_B - EM_A = W_{FNC} \ (E_{C_B} + E_{P_B}) - (E_{C_A} + E_{P_A}) = W_{FNC}$$

El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas diferentes al peso (fuerzas elásticas y eléctricas) sobre un cuerpo o sistema es igual a la variación de la energía mecánica.

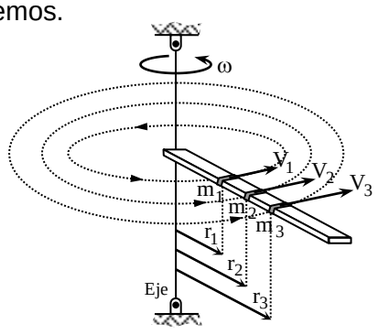
$$\boxed{W_{FNC} = EM_{final} - EM_{inicial}}$$

Además:

- El trabajo de las fuerzas de fricción está dado por: $W_{fr} = f \cdot d$ ó también: $W_{fr} = \mu N d$
- Recuerde que las fuerzas de rozamiento realizan trabajo negativo.

Energía cinética de rotación

Este tipo de energía mide escalarmente el movimiento de rotación de un cuerpo físico (barra, disco, lámina, etc.). Examinemos el caso siguiente: Una barra rota uniformemente alrededor de un eje pasa por uno de sus extremos.



Para determinar la energía cinética de la barra que está rotando no podemos usar directamente la fórmula de energía cinética, pues ésta es válida para la traslación de un cuerpo o partícula; lo que se puede hacer es dividir a la barra en pequeñas porciones, las cuales si experimentan traslación, y mientras que la energía cinética de la barra estaría expresada por la suma de la energía cinética de todas las porciones.

En la figura la energía cinética de la barra se expresaría:

$$E_C = E_{C_1} + E_{C_2} + E_{C_3} + \ldots + E_{C_n}$$

$$E_C = \frac{m_1 V_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2 V_2^{\,2}}{2} + \frac{m_3 V_3^{\,2}}{2} + \ldots + \frac{m_n V_n^{\,2}}{2}$$

Para cada porción es válido que: $V = \omega r$, entonces:

$$E_C = \frac{m_1(\omega r_1)^2}{2} + \frac{m_2(\omega r_2)^2}{2} + \frac{m_3(\omega r_3)^2}{2} + \ldots + \frac{m_n(\omega r_n)^2}{2}$$

$$E_C = \frac{\omega^2}{2}\left(m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + \ldots + m_n r_n^{\,2}\right)$$

Donde: $I = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + \ldots + m_n r_n^{\,2}$; se denomina momento de inercia

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

(Sugerencia: Ver Apéndice Momentos de Inercia al final del texto)

Esta expresión nos permite calcular la energía de rotacin de la barra y de cualquier otro cuerpo.

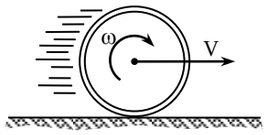
E_C : Energía cinética de la rotación (en J)

I : Momento de inercia de la barra con respecto al eje de rotación (en $kg.m^2$)

ω : Velocidad angular (en rad/s)

Energía cinética de traslación y rotación

Cuando un cuerpo experimenta movimiento de traslación y rotación a la vez, tal como es el caso de las llantas de un automóvil, entonces posee energía cinética de traslación y energía cinética de rotación (respecto del centro de masa), con esto se demuestra que:



$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I \omega^2}$$

Donde:

V : Es la rapidez de traslación del centro de masa de la llanta (en m/s)

ω : Es la rapidez angular de la llanta (en rad/s)

I : Momento de inercia de la llanta con respecto a su centro de masa ($kg.m^2$)

E_c : Energía cinética total

CANTIDAD DE MOVIMIENTO O MOMENTUM LINEAL

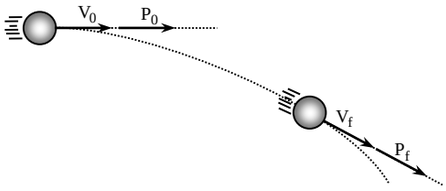
La capacidad de un cuerpo para transferir movimiento mecánico depende de la masa y la velocidad, por ejemplo si la esfera de la figura anterior tuviera mayor masa o mayor velocidad, le transferiría al bloque más movimiento mecánico.

Escalarmente la energía cinética mide esta capacidad y como sabemos de pende de la masa y la velocidad ($E_C = \frac{1}{2} m V^2$).

Vectorialmente se mide como la cantidad de movimiento "$\vec{P}$" que en consecuencia también debe depender de la masa y la velocidad. Por ello:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{V}}$$ Unidad: kg m/s

A diferencia de la energía cinética, $\vec{P}$ tiene una dirección igual que la velocidad.



IMPULSO (I)

Se llama también **ímpetu** o **impulsión** y es una **magnitud física vectorial** que mide el efecto de una fuerza que actúa sobre el cuerpo durante un tiempo muy pequeño denominado instante, produciéndole un desplazamiento del cuerpo en la dirección de la fuerza promedio **(F)** por el lapso de tiempo **(** Δt **)** es igual al impulso **(I)**.

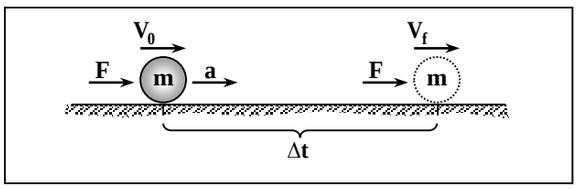
$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}\Delta t}$$

Donde:
F: Fuerza que actúa sobre el cuerpo (en N)
Δt : Lapso o intervalo que dura la acción de la fuerza (en s)
Unidades:
Sistema Internacional: $N \cdot s$
Otras unidades: $\overline{kg \cdot s}$, $dina \cdot s$

El deportista golpea con la raqueta a una pelota, tal como se indica en la figura. ¿Qué sucede durante el golpe de la raqueta? Ocurre una interacción física entre la raqueta y la pelota, el deportista le transfiere movimiento mecánico a la pelota. En consecuencia podemos afirmar que:

- La raqueta transmitió energía cinética a la pelota, es decir realizó un trabajo mecánico.
- La raqueta transmitió al balón cierta cantidad de movimiento, durante un breve intervalo de tiempo, desde este punto de vista se dice que la pelota recibió un impulso.

Relación entre el impulso y la cantidad de movimiento
Consideremos el caso de una partícula con aceleración en un movimiento rectilíneo.



Por la 2ª ley de Newton: $\boxed{F = ma}$

$$F = m\left(\frac{V_f - V_0}{t}\right) \Rightarrow F\Delta t = mV_f - mV_0$$

$$I = P_f - P_0 \Rightarrow \vec{I} = \Delta\vec{P}$$

El impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento
Si el impulso sobre una partícula es cero, la cantidad de movimiento se conserva:
Una partícula conserva su cantidad de movimiento si su rapidez no cambia. En un sistema aislado en el cual las fuerzas externas son cero, el momentum lineal total se conserva.
Por la Segunda Ley de Newton, tenemos: $F = ma$
Pero como la aceleración es: $a = \frac{dV}{dt}$
Entonces, la fuerza la podemos escribir como: $F = \frac{dP}{dt}$
Como las fuerzas externas son 0: $P = constante$
Dado que la derivada de una constante es 0: $F = \frac{dP}{dt} = 0$

Sin utilizar calculo diferencial
La Segunda Ley de Newton puede ser planteada en términos de cantidad de movimiento:
De la segunda Ley de Newton obtenemos que: $F = ma$
Como la aceleración es: $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
Reemplazando con la aceleración: $F = m\frac{\Delta V}{\Delta t}$

$$F = \frac{mV_f - mV_0}{\Delta t} \Rightarrow P = mV$$

Reemplazando con la cantidad de movimiento:

$$F = \frac{P_f - P_0}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{\Delta P}{\Delta t}; \text{ si: } F = 0$$

Entonces la cantidad de movimiento final será igual al inicial. A esto se le conoce como conservación de momento.

INTERPRETACIÓN DE LAS LEYES DE NEWTON
Primera Ley de Newton
Si la masa es constante esto implica que: $V = constante$
Esto es equivalente a la primera ley de Newton o ley de la inercia, que establece que "en ausencia de fuerzas aplicadas un cuerpo se moverá con velocidad constante".

Segunda Ley de Newton

La segunda ley de Newton explica que cuando un cuerpo es sometido a una fuerza adquirirá una aceleración y que la fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración, es decir: $F = ma$

De acuerdo a la definición de aceleración esta expresión también puede escribirse como:

$$F = m\frac{dV}{dt}$$

Si la masa es constante esto es equivalente a:

$$F = \frac{dP}{dt}$$

Este enunciado puede considerarse como una definición de fuerza: "fuerza es la razón de cambio del *momentum lineal* con respecto al tiempo".

Hay que resaltar que cuando Newton describió su Segunda Ley, en la que se describe qué es una fuerza, lo hizo derivando el momento lineal. Llegó a la conclusión de que para variar el momento lineal de una partícula, habría que aplicarle una fuerza. Por tanto la definición correcta de Fuerza es $F = \frac{dP}{dt}$. Y, sólo en el muy probable caso de que la masa permanezca constante en *dt*, se puede transformar en $F = m\frac{dV}{dt}$. Lo normal es que al aplicarle una fuerza a un cuerpo, su masa permanezca constante; pero por ejemplo, en el caso de un cohete, esto no es así, pues va perdiendo masa según avanza.

Tercera Ley de Newton

Finalmente, en la interacción entre dos cuerpos, si el *momentum lineal* ha de conservarse el cambio de *momentum lineal* de uno de los cuerpos debe ser el negativo del cambio de *momentum lineal* del otro.

$$\frac{dP_1}{dt} = -\frac{dP_2}{dt}$$

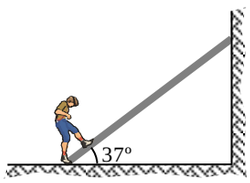
lo que de acuerdo a la definición de fuerza, puede expresarse como: $F_1 = -F_2$

Esto equivale al enunciado "a toda fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción igual y opuesta".

PROBLEMAS RESUELTOS

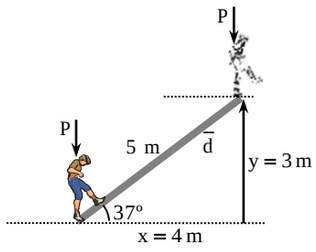
1. Un joven de masa 50 kg sube por una escalera de longitud 5 m. ¿Qué trabajo realiza su peso hasta llegar a la parte más alta?

a) 2500 J
b) –1500 J
c) 1500 J
d) –2000 J
e) 2000 J



Solución:

El peso es una fuerza conservativa, el trabajo depende de la altura que se desplace entre los niveles inicial y final:



El peso $\bar{P}$ tiene dirección opuesta al desplazamiento $\bar{d}$.

$W_P = -Pd$

$W_P = -mgd$

$W_P = -50(10)3 \Rightarrow W_P = \boxed{-1500\ J}$

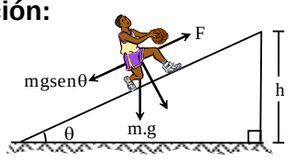
2. Un atleta de masa "m", sube con rapidez constante por un plano inclinado con un ángulo θ respecto de la horizontal. Si alcanza una altura "h" en un tiempo "t", la potencia desarrollada por el atleta será: (no considere rozamiento).

a) $\frac{2mgh\cos\theta}{t}$ b) $\frac{mgh sen\theta}{2t}$

c) $\frac{mgh}{t}$ d) $\frac{mgh\tan\theta}{2t}$

e) $\frac{mgh}{tsen\theta}$

Solución:



Distancia que recorre: $d = \frac{h}{sen\theta}$

Además: $\sum F = m.a$

$F - mg.sen\theta = 0$

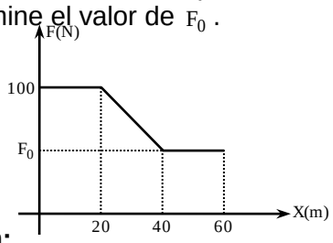
$F = mg.sen\theta$

$$P = \frac{F.d}{t} \Rightarrow P = \frac{mg.sen\theta.\frac{h}{sen\theta}}{t}$$

$$P = \boxed{\frac{mgh}{t}}$$

3. La fuerza "F" actúa sobre un cuerpo está descrita según se muestra en la figura. Si el trabajo total realizado por "F" fue de 4500 J, determine el valor de F_0 .

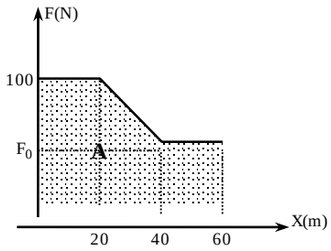
a) 50 N
b) 40 N
c) 30 N
d) 500 N
e) 400 N



Solución:

El área bajo la curva F–x mide el trabajo realizado:

$W_{total} = \text{área} = 4500 \text{ J}$



$$A = 100\times 20 + \left(\frac{100+F_2}{2}\right)20 + 20F_0$$

$$A = 3000 + 30F_0$$

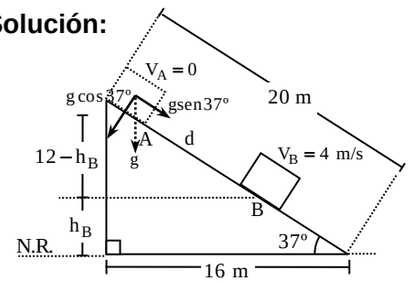
Luego: $4500 = 3000 + 30F_0$

$$F_0 = \boxed{50 \text{ N}}$$

4. Un bloque de 5 kg parte del reposo desde una altura de 12 m y desliza con rozamiento sobre un plano inclinado 37º. ¿Cuál es su energía mecánica cuando ha adquirido una velocidad de 4 m/s? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

a) 480 J b) 500 J c) 490 J
d) 520 J e) 540 J

Solución:



Aceleración efectiva del bloque:

$$a = g\,\text{sen}\theta = 10\left(\frac{3}{5}\right) \Rightarrow \boxed{a = 6 \text{ m/s}^2}$$

Por cinemática:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2ad$$

$$4^2 = 2(6)d \Rightarrow \boxed{d = 4 \text{ m}}$$

Cálculo de la altura:

$$\frac{12-h_B}{d} = \frac{12}{20}$$

$$60 - 5h_B = 3d$$

$$60 - 5h_B = 3(4) \Rightarrow \boxed{h_B = 9{,}6 \text{ m}}$$

Energía en el punto B:

$$EM_B = E_{P_B} + E_{P_B}$$

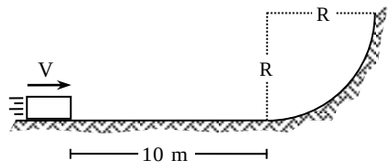
$$EM_B = mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$EM_B = 5(10)(9{,}6) + \frac{1}{2}(5)(4)^2$$

$$EM_B = 480 + 40$$

$$EM_B = \boxed{520 \text{ J}}$$

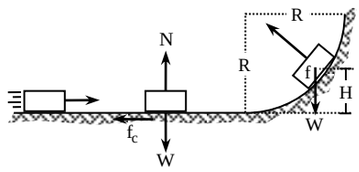
5. Sobre un plano horizontal rugoso ($\mu_k = 0{,}2$) se lanza horizontalmente una teja con una velocidad de 10 m/s, al final del tramo rugoso se ubica una concavidad lisa. Hallar la altura máxima que alcanza la teja sobre la concavidad.



a) 1 m b) 2 m c) 2,5 m
d) 3 m e) 3,2 m

Solución:

D.C.L. en cada zona, en la rugosa y en la lisa, luego se observa las fuerzas no conservativas que hacen trabajo. En la zona lisa $W_{FNC} = 0$



Del D.C.L. $W_{FNC} = W_{fc}$

$$W_{FNC} = -\mu mgd$$

Por la ley de conservación de energía, en punto inicial y punto final tenemos:

$$W_{FNC} = E_f - E_0$$

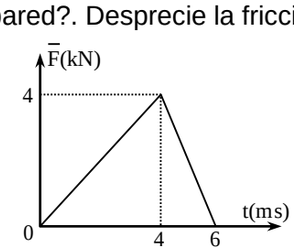
$$-\mu mgd = (mgH + 0 + 0) - (0 + 0 + \frac{1}{2}mV^2)$$

$$H = \frac{V^2}{2g} - \mu d$$

$$H = \frac{(10)^2}{2(10)} - 0{,}2(10) \Rightarrow H = \boxed{3 \text{ m}}$$

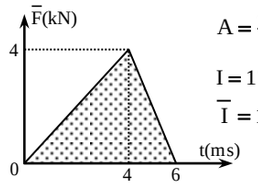
6. Un bloque de 1 kg se aproxima a una pared con una rapidez de 8 m/s. Durante el choque la fuerza que ejerce la pared sobre el bloque varía linealmente con el tiempo, tal como se indica en la gráfica $\bar{F}$ vs. t . ¿Qué impulso recibió el bloque? ¿Qué velocidad tendrá el bloque inmediatamente después del choque con la pared?. Desprecie la fricción.

a) $4\mathbf{i}$ m/s
b) $5\mathbf{i}$ m/s
c) $6\mathbf{i}$ m/s
d) $3\mathbf{i}$ m/s
e) $2\mathbf{i}$ m/s



Solución:

La gráfica nos ayudará a calcular el impulso transferido por la fuerza normal de la pared sobre el bloque, ello lo hacemos mediante el cálculo del área.

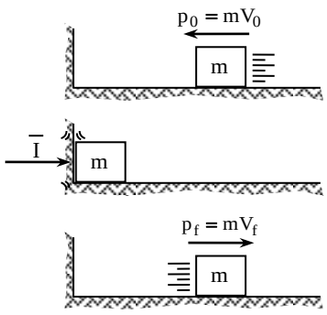


$$A = \frac{4(6)}{2} = 12 \text{ kN.ms}$$

$$I = 12\times10^{3} \text{ N.}10^{-3}\text{s}$$

$$\bar{I} = 12i \text{ N.s}$$

Deseamos conocer la velocidad de la barra después del choque, analizamos el choque:



El impulso transferido al bloque es:

$\bar{I} = \Delta\bar{p}$

$\bar{I} = \bar{p}_f - \bar{p}_0$

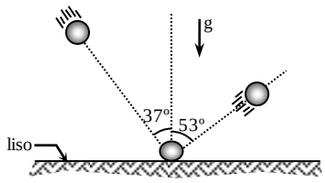
$12i = m\bar{V}_f - m\bar{V}_0$

$12i = 1\bar{V}_f - 1(-8i)$

De donde: $V_f =$ 4i m/s

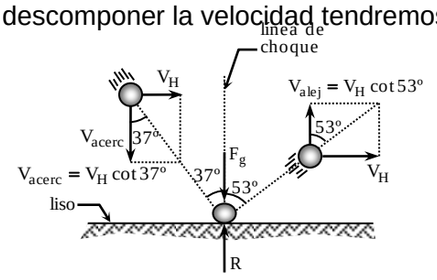
7. Se muestra una esfera antes y después de impactar sobre un piso horizontal liso, determine el coeficiente de restitución para este choque.

a) 1
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{9}{16}$
e) $\frac{4}{5}$



Solución:

Durante el impacto sólo actúan fuerzas verticales, la reacción del piso liso ($\bar{R}$) y la fuerza de gravedad ($\bar{F}_g$), y como horizontalmente no hay fuerzas, la componente horizontal de la velocidad no se modifica, entonces al descomponer la velocidad tendremos:



$V_{alej} = eV_{acerc}$

Reemplazando valores tenemos:

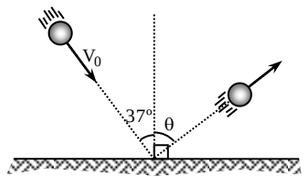
$V_H \cot 53^\circ = e(V_H \cot 37^\circ)$

$\frac{3}{4} = e\left(\frac{4}{3}\right)$

$e =$ $\boxed{\frac{9}{16}}$

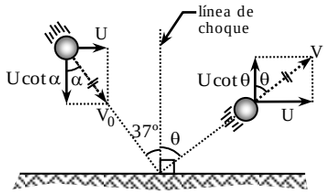
8. Una esfera se desplaza sobre el tablero horizontal de una mesa de billar y colisiona con la banda tal como se muestra. Despreciando el rozamiento, determine θ cuando $e = \frac{3}{4}$.

a) 37º
b) 30º
c) 45º
d) 53º
e) 60º



Solución:

Como se trata de un choque oblicuo de modo que no hay rozamiento, entonces en la horizontal la componente de la velocidad no varía ($U = cte$).



Sobre la línea de choque definimos:

$$e = \frac{\left|\bar{U}^{alej}_{R.(d.ch.)}\right|}{\left|\bar{V}^{acerc}_{R.(a.ch.)}\right|} = \frac{U\cot\theta}{U\cot 37^\circ}$$

Simplificando: $\cot\theta = e\cot 37^\circ$

De donde:

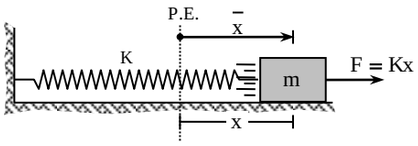
$\tan\theta = \frac{\tan 37^\circ}{e}$ (Relación de choque oblicuo)

$$\tan\theta = \frac{\tan 37^\circ}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}} = 1$$

$\theta =$ $\boxed{45^\circ}$

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

Si apartamos una masa "m" unida a un muelle, de su punto de equilibrio y luego esta es soltada, el muelle provoca en la masa "m" oscilaciones periódicas, tal movimiento, despreciando las fricciones, es uno de los tantos ejemplos de Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)



ELEMENTOS DEL M.A.S.:

a) Elongación "x": Es el alejamiento de "m" medido desde el punto de equilibrio (P.E.).
- "x" es positivo cuando "m" se ubica a la derecha del P.E.
- "x" es negativo cuando "m" se ubica a la izquierda de P.E.
- Cuando "m" pasa por el punto de equilibrio, $x = 0$.

b) Amplitud (A): Es la máxima elongación, sucede cuando la masa "m" se ubica en los extremos del M.A.S.

Nota: En cada ubicación del M.A.S. la masa "m" dispone de velocidad y aceleración.

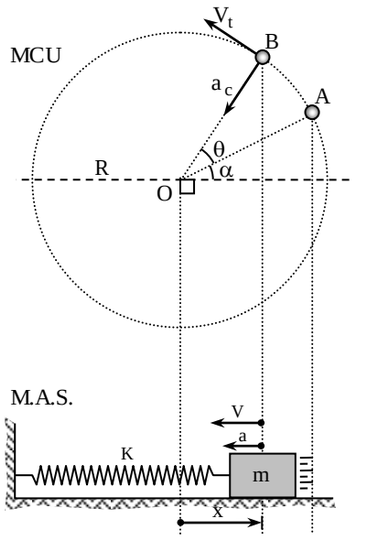
A. CINEMÁTICA DEL M.A.S.

Las leyes cinemáticas que gobiernan el M.A.S. pueden deducirse proyectando el Movimiento Circuferencial Uniforme (M.C.U.) sobre uno de los diámetros de la circunferencia.

Para proyectar las posiciones del M.C.U. sobre el diámetro horizontal debe fijarse el inicio de las proyecciones definido por la fase inicial "α", la proyección bajo el ángulo "α" representa el inicio del M.A.S. sobre el diámetro horizontal.

Luego de un tiempo "t" de haber partido de "A" el móvil llegará a "B" recorriendo el ángulo $\theta = \omega t$, en "B" el móvil tendrá posición, velocidad y aceleración las que deberán proyectarse sobre el diámetro para hallar la posición (x), velocidad (V) y aceleración (a) del M.A.S.

Observe que la máxima elongación del M.A.S. es "R", luego se establece que: $A = R$



1. ELONGACIÓN EN EL M.A.S. (x)

Se deduce proyectando el radio "R" del MCU sobre el diámetro horizontal H.

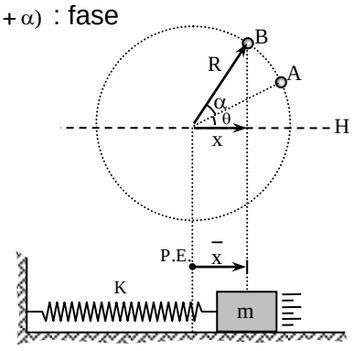
- Proyección sobre la horizontal (H)

$x = R\cos(\theta + \alpha)$

Pero: $R = A$ y $\theta = \omega t$

Luego: $\boxed{x = A\cos(\omega t + \alpha)}$ … (1)

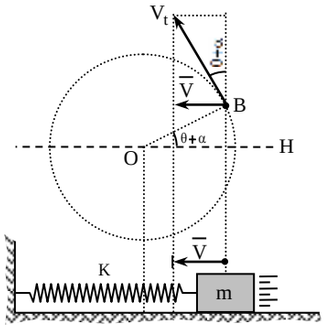
- En donde:
  - x : elongación
  - A : amplitud
  - ω : frecuencia angular o circunferencial
  - t : tiempo (transcurrido desde el inicio)
  - α : fase final
  - $(\omega t + \alpha)$: fase



Nota: En el M.C.U. "ω" se denomina velocidad angular.

2. VELOCIDAD EN EL M.A.S. ($\bar{V}$):

Es la proyección de la velocidad tangencial (V_t) del M.C.U. sobre la horizontal (H).



Luego: $V = -V_t \operatorname{sen}(\theta + \alpha)$

- El signo (–) se debe a que $\bar{V}$ apunta hacia atrás.

Del MCU: $Vt = \omega R$
$\theta = \omega t$
$R = A$

$\therefore \boxed{v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \alpha)}$ … (2)

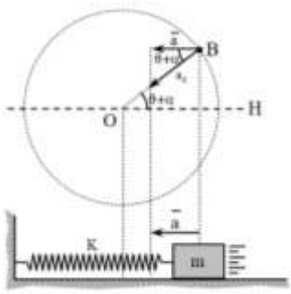
3. ACELERACIÓN EN EL M.A.S. ($\bar{a}$): Es la proyección de la aceleración centrípeta (a_C) del M.C.U. sobre la horizontal (H).

$a = -a_c \cos(\theta + \alpha)$

- El signo (–) se debe a que $\bar{a}$ apunta hacia atrás:

Del MCU: $a_c = \omega^2 R$
$\theta = \omega t$
$R = A$

$\therefore \boxed{a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha)}$ … (3)



- Con las ecuaciones (1), (2) y (3) se deducen 2 ecuaciones más:

De (1): $\frac{x^2}{A^2} = \cos^2(\omega t + \alpha) \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} = 1 - \operatorname{sen}^2(\omega t + \alpha)$

Donde: $\operatorname{sen}(\omega t + \alpha) = \pm \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}$

Reemplazando en (2):

$$V = -\omega A\left(\pm \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}\right)$$

$$\boxed{V = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}} \quad \text{… (4)}$$

- El signo de "V" dependerá de su respectivo sentido.

De la ecuación (3): $a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha)$

Pero se sabe que: $x = A\cos(\omega t + \alpha)$

Luego: $\boxed{a = -\omega^2 x}$ … (5)

4. Discusión de las fórmulas (4) y (5):

a) Velocidad: $\boxed{V = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}}$ … (4)

- La velocidad (v) es máxima en el punto de equilibrio (x = 0)

$$\boxed{v_{max} = \pm\omega A}$$

- La mínima velocidad se presenta en los extremos del M.A.S. (x = A)

$$\boxed{V = 0}$$

b) Aceleración: $\boxed{a = -\omega^2 x}$ … (5)

- La aceleración es máxima en los extremos del M.A.S. (x = A)

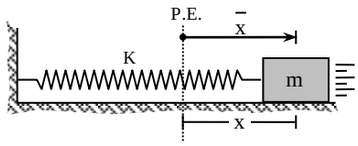
$$\boxed{a_{max} = -\omega^2 A}$$

- La aceleración es mínima en el punto de equilibrio (x = 0)

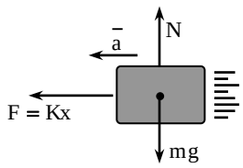
$$\boxed{a_{min} = 0}$$

PERIODO DE UN M.A.S. (Masa–Resorte):

Existen muchos movimientos armónicos, el más representativo es el de una masa (m) sujeta a un muelle o resorte de constante de rigidez (k).



El diagrama muestra un muelle estirado, luego el resorte jala a la masa "m" al punto de equilibrio produciendo una aceleración "a".



La fuerza resultante en forma horizontal es "$F = Kx$" y es negativa por ser contraria al sentido de la elongación "x"

- Usamos la segunda ley de Newton:

$\boxed{\sum F = ma}$

$-kx = ma$

En un M.A.S. la aceleración es: $\boxed{a = -\omega^2 x}$

$-kx = m(-\omega^2 x)$

$$k = m\omega^2 \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

- Cálculo de periodo (T)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Esta fórmula se usará para calcular el periodo de una masa sujeta a un resorte en oscilación longitudinal (a lo largo de su longitud)

B. ELONGACIÓN DE UN M.A.S. EN FORMA SENOIDAL

La elongación en un M.A.S. no solamente puede expresarse en forma cosenoidal:

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \alpha)}$$

Sino también puede expresarse en forma senoidal:

DEMOSTRACIONES:

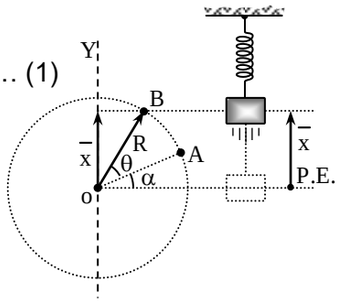
a. ELONGACIÓN DEL M.A.S. (x): Se proyecta "R" sobre el diámetro vertical (Y):

$$x = R\,sen(\theta+\alpha)$$

$$R = A$$

$$\theta = \omega t$$

$$\boxed{x = A\,Sen(\omega t+\alpha)} \quad \dots (1)$$



Pero:

- Observe que el signo es positivo porque para tal posición "$\bar{x}$" apunta hacia arriba.

b. VELOCIDAD DEL M.A.S. ($\bar{V}$): Proyección de la velocidad tangencial (V_t) del M.C.U. sobre la vertical (Y)

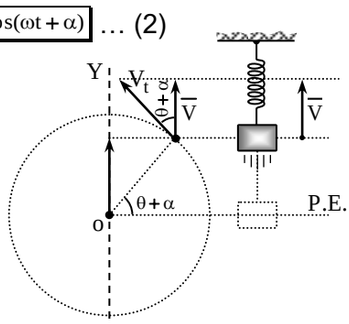
Pero:

$$V = V_t\cos(\theta+\alpha)$$

$$V_t = \omega R = \omega A$$

$$\theta = \omega t$$

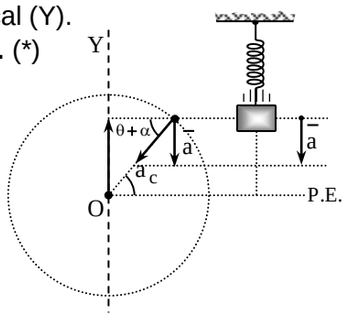
$$\boxed{V = \omega A\cos(\omega t+\alpha)} \quad \dots (2)$$



- Observe que la velocidad es positiva por que en tal lugar ($\bar{V}$) apunta hacia arriba.

c. ACELERACIÓN DEL M.A.S. ($\bar{a}$): Proyección de la aceleración centrípeta (a_C) del MCU sobre la vertical (Y).

$$\boxed{a = -a_c\,sen(\theta+\alpha)} \quad \dots (*)$$



- Se emplea el signo (–) porque $\bar{a}$ apunta hacia abajo en tal situación:

Sabemos que: $a_c = \omega^2 R$

$$a_c = -\omega^2 A$$

$$\theta = \omega t$$

En $\boxed{a = -\omega^2 A\,sen(\omega t+\alpha)}$ … (3)

- Combinando las nuevas ecuaciones (1) y (2) también se obtiene:

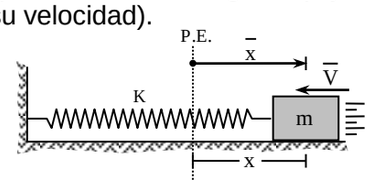
$$\boxed{v = \pm\sqrt{A^2 - x^2}} \quad \dots (4)$$

- Combinando las nuevas ecuaciones (1) y (3) también se obtiene:

$$\boxed{a = -\omega^2 x} \quad \dots (5)$$

ENERGÍA MECÁNICA EN UN M.A.S. (Potencial y Cinética)

Las energías mecánicas frecuentes son: Potencial (debido a su elongación) y cinética (debido a su velocidad).



- Energía potencial elástica (E_p): $E_{Pe} = \frac{1}{2}Kx^2$
- Energía cinética (E_c):

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

- La energía total (E) será:

$$EM = E_{Pe} + E_C$$

$$\boxed{E_T = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mV^2} \quad \dots (\alpha)$$

OBSERVACIONES: La energía total (E) es:

a) En el extremo: x = A y $V = 0$. Luego en (α):

$$\boxed{E = \frac{1}{2}KA^2}$$

b) En el punto de equilibrio: $x = 0$ y la velocidad es máxima: $V_m = \omega A$. Luego en (α):

$$\boxed{E = \frac{1}{2}mV_m^2}$$

- Por lo tanto en cualquier punto del M.A.S. se cumple la ley de la conservación de la energía mecánica.

$\boxed{E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mV^2}$ Además: $\boxed{E_{total} = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}mV_m^2}$

D. ASOCIACIÓN DE MUELLES ELÁSTICOS

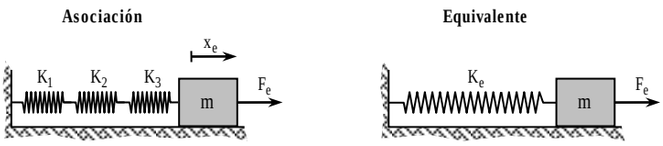
Cuando una carga de masa "m" se halla unida a un muelle de constante elástica "K", el periodo es:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Pero si esta masa "m" estuviera unida a un conjunto de muelles, deberá calcularse el coeficiente de elasticidad equivalente (K_e) de acuerdo a la estructura, luego el periodo será:

$$\boxed{T_e = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_e}}}$$

a) MUELLES EN SERIE: Cuando el desplazamiento (x) es acumulativo.



Elongación total: $x_e = x_1 + x_2 + x_3$ … (1)

Por la ley de Hooke recordemos: $F = Kx$, de donde: $x = \frac{F}{k}$

Reemplazando en (1): $\frac{F_e}{K_e} = \frac{F_1}{K_1} + \frac{F_2}{K_2} + \frac{F_3}{K_3}$ … (2)

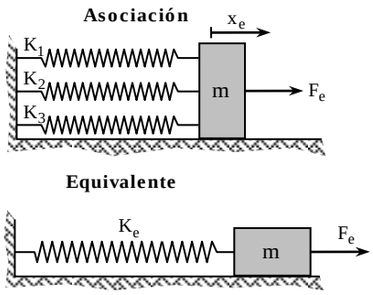
- La fuerza aplicada (F_e) sobre la masa, se transmite en los resortes: $F_e = F_1 = F_2 = F_3$

En (2): $\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}$

- Generalizando para varios muelles en serie se tiene:

$$\boxed{\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + ...}$$

b) MUELLES EN PARALELO: Cuando la fuerza es acumulativa.



- Observe que la fuerza (Fe) aplicada sobre la masa "m" se distribuye en los muelles, luego:

$$F_e = F_1 + F_2 + F_3 \quad \text{… (1)}$$

Usamos: $F = Kx$ y reemplazamos en (1):

$$K_e x_e = K_1 x_1 + K_2 x_2 + K_3 x_3$$

- Observe que el desplazamiento (x_e) de la masa es igual a los desplazamientos de los muelles:

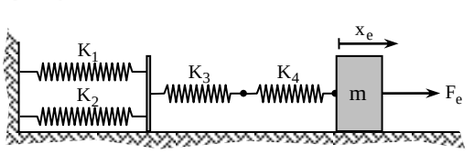
$$x_e = x_1 + x_2 + x_3$$

Luego: $\boxed{K_e = K_1 + K_2 + K_3}$

- Generalizando para varios muelles en serie se tiene:

$$\boxed{K_e = K_1 + K_2 + K_3 + ...}$$

c) MUELLES MIXTOS: Cuando se combinan los arreglos paralelo y serie, por ejemplo:



D. DINÁMICA EN EL M.A.S.

Las oscilaciones armónicas se producen por la acción de una fuerza elástica restitutoria dirigida siempre hacia el punto de equilibrio, la cual siempre tiene sentido contrario a la elongación por eso es considerada como fuerza negativa. La dinámica de Newton puede aplicarse en el M.A.S. para cualquier elongación; luego:

A partir de: $\sum F = ma$

Recordemos que la aceleración en el M.A.S. es: $a = -\omega^2 x$

Luego: $\sum F = m(-\omega^2 x)$

$$\boxed{\sum F = -m\omega^2 x}$$

En donde:

$\sum F$: fuerza restitutoria (apunta hacia el centro de equilibrio).

m : masa oscilante

ω : frecuencia angular

x : elongación

ONDAS MECÁNICAS

La función de onda que las describe es una función sinusoidal de x (dirección de propagación) y t (tiempo). Su perturbación puede estudiarse como un movimiento armónico simple.

La ecuación que representa el desplazamiento de una onda armónica que se mueve hacia la derecha es:

y (x, t) = A sen (kx – ωt)

y (x, t) = A cos (kx – ωt)

Si la onda viaja hacia la izquierda, la ecuación que la describe es:

y (x, t) = A sen (kx + ωt)

y (x, t) = A cos (kx + ωt)

Magnitudes características de las ondas:

A continuación, se enumeran las principales magnitudes que se pueden definir en las ondas transversales.

- **Elongación**: es el valor de separación de un punto de la onda respecto de la posición de equilibrio. Se mide en metros.
- **Amplitud (A)**: es el valor máximo de la elongación, la máxima separación desde la posición de equilibrio. El valor de la elongación siempre estará comprendido entre −A y +A. Su unidad es el metro.
- **Periodo (T)**: es el tiempo que tarda un punto de la onda en realizar una oscilación completa. Como es un tiempo, su unidad es el segundo.
- **Frecuencia lineal (f)**: representa el número de veces que un punto realiza una oscilación completa en la unidad de tiempo. La frecuencia lineal se mide en Hz.

- **Frecuencia angular (ω)**: representa los radianes que se barren en un segundo. Se mide en rad/s.
- **Longitud de onda (λ)**: es la distancia que hay entre dos puntos que están en el mismo estado de vibración. Esto significa que tanto las elongaciones como los sentidos de vibración han de ser los mismos. Se mide en m.
- **Número de onda (k)**: representa el número de longitudes de onda que hay en una distancia 2π.
- **Fase inicial (δ)**: representa el estado inicial de oscilación del origen. Se mide en radianes.
- **Velocidad de propagación (v)**: la onda recorre una distancia λ en un tiempo T.

Relaciones entre los parámetros de una onda armónica:

$$v = f.\lambda \qquad v = velocidad$$

$$f = \frac{1}{T} \qquad \lambda = longitud\ \ de\ \ onda$$

$$f = frecuencia$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ENERGÍA TRANSMITIDA POR LAS ONDAS ARMÓNICAS

En una onda armónica unidimensional:

- La energía transmitida en una onda armónica es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud.
- Si no se pierde energía en el medio de transmisión de la onda unidimensional, su amplitud permanece constante. En caso contrario, la amplitud de la onda resultaría amortiguada.

En una onda armónica bidimensional:

- El frente de onda se define como la línea que une todos los puntos que, en un mismo tiempo, se encuentran en idéntico estado de oscilación o perturbación.
- A medida que una onda circular se propaga y se aleja del foco emisor, su amplitud decrece al ser inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la distancia.

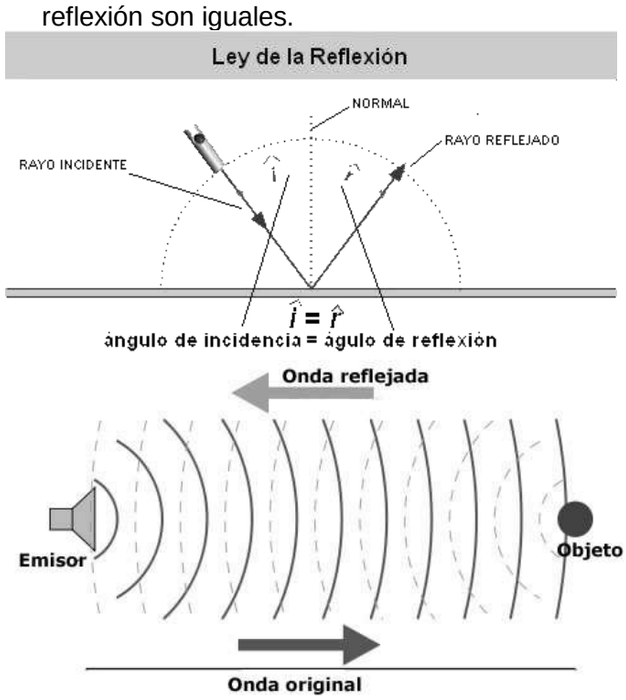
En una onda armónica tridimensional:

- A medida que una onda esférica se propaga alejándose del foco emisor, su amplitud decrece al ser inversamente proporcional a la distancia.
- La intensidad de una onda esférica, es decir, la energía que llega por unidad de tiempo a una unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

ESTUDIO CUALITATIVO DE ALGUNAS PROPIEDADES DE LAS ONDAS

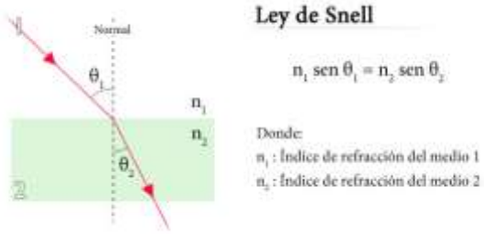
La **reflexión** es el cambio de dirección del movimiento ondulatorio que ocurre en el mismo medio en que se propagaba, después de incidir sobre la superficie de un medio distinto. Se rige por dos leyes:

- El rayo incidente, el reflejado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano.
- El ángulo del rayo incidente y el de reflexión son iguales.

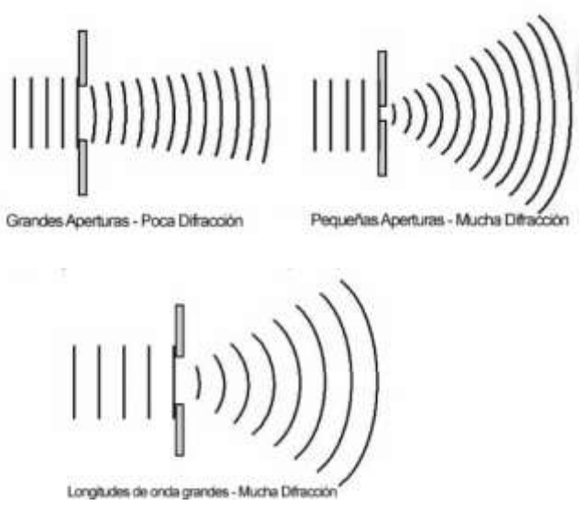


La **refracción** es el cambio de dirección del movimiento ondulatorio que ocurre tras pasar este de un medio a otro en el que se propaga con distinta velocidad. Se rige por dos leyes:

- El rayo incidente, el refractado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano.
- La ley de Snell de la refracción, que marca la relación entre el ángulo de incidencia, el de refracción, y las velocidades de las ondas en los medios 1 y 2, según:



La **difracción** es un fenómeno propio de las ondas por el cual una onda modifica su dirección de propagación al encontrarse con aberturas u obstáculos.



INTERFERENCIAS EN EL MOVIMIENTO ONDULATORIO

La perturbación producida en un punto por dos o más ondas es igual a la suma algebraica de las perturbaciones producidas en dicho punto por cada una de las ondas consideradas en modo aislado. Las interferencias pueden interferir de manera constructiva o destructiva.

Al interferir dos ondas armónicas de la misma amplitud, número de onda y frecuencia angular pero diferente fase, que se encuentran viajando en un mismo medio y en la misma dirección:

- La onda resultante de la interferencia es también armónica y tiene la misma longitud de onda y frecuencia que las ondas individuales.
- La amplitud de dicha onda resultante ($A' = 2A \cos \delta/2$) depende de la diferencia de fase entre las ondas individuales.

Si las ondas están en consonancia de fase ($\delta=0$), el desfase entre ambas ondas es nulo, por lo que la amplitud de la onda resultante se duplica.

$$A' = 2A \cos 0 = 2A$$

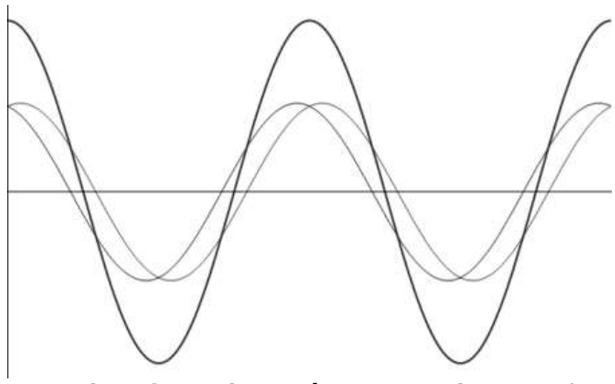
Cuando dos ondas en consonancia de fase (desfase nulo) interfieren entre sí, lo hacen de manera constructiva.

Si las ondas están en oposición de fase ($\delta=\pi$), como $\cos \pi/2 = 0$, la amplitud de la onda resultante es cero.

$$A' = 0$$

Cuando dos ondas en oposición de fase interfieren entre sí, lo hacen de manera destructiva.

Si las ondas están desfasadas entre 0 y π, la onda resultante tendrá una amplitud comprendida entre 2A y 0. Si la diferencia de fase es prácticamente nula, la amplitud será casi 2A, pero si la diferencia de fase se aproxima a π, entonces la amplitud de la onda resultante será casi nula.



- **La interferencia será constructiva** cuando la diferencia entre las distancias recorridas por las ondas sea un múltiplo entero de la longitud de onda. En los puntos en los que se satisfaga esa condición, se producirán máximos. Así pues, la **condición de los máximos** es:

$$\mathbf{\Delta d = n\lambda}$$

- **La interferencia será destructiva** si la diferencia entre las distancias es de media longitud de onda o un múltiplo impar de ella. En los puntos en los que se satisfaga esa condición, las ondas se anularán mutuamente, dando lugar a mínimos. Así pues, la **condición de los mínimos** es:

$$\mathbf{\Delta d = (2n + 1)\ \lambda/2}$$

ONDAS ESTACIONARIAS

Cuando la interferencia se produce entre dos ondas que viajan en sentidos opuestos se puede generar una onda estacionaria. Esto sucede por ejemplo en el caso de que una onda encuentre un obstáculo, se refleje e interfiera con la onda incidente.

Las funciones de onda de la onda incidente y reflejada serán:

Si aplicamos el **principio de superposición** la onda resultante tendrá la forma:

Se observa que esta función no representa una onda que se desplaza: cada elemento de la cuerda (dando valores fijos a x) describe un movimiento armónico simple en la dirección vertical de amplitud A'.

Los puntos de coordenada x para los que el desplazamiento vertical es siempre nulo se llaman nodos y aquellos para los que la amplitud es máxima antinodos.

La condición que deben cumplir los nodos es entonces:

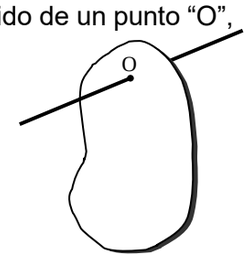
Para los antinodos la condición es:

Tanto los nodos como los antinodos consecutivos están separados una distancia igual a media longitud de onda.

EL MOVIMIENTO PENDULAR

A. PÉNDULO FÍSICO

Es cualquier cuerpo suspendido de un punto "O", en oscilación.

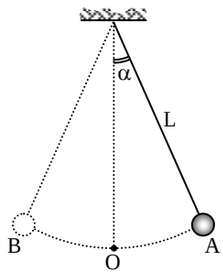


B. PÉNDULO SIMPLE O MATEMÁTICO

Se define como una partícula suspendida a un punto fijo mediante una cuerda o hilo muy fino. Por ejemplo: si apartamos el péndulo del punto de equilibrio y luego se libera se producirá el movimiento u oscilación pendular y perdurará si no se considera la fricción del aire.

ELEMENTOS DEL PÉNDULO:

1. **Oscilación Simple (AB)**
2. **Oscilación (2AB):** Se dice también oscilación completa y es equivalente a dos oscilaciones simples.
3. **Amplitud (α):** Es el máximo ángulo que forma el hilo del péndulo con la vertical.
4. **Periodo (T):** Es el tiempo que emplea el péndulo para una oscilación completa.
5. **Longitud (L):** Es el largo del hilo que suspende la partícula.
6. **Masa pendular (m):** Considerada puntual (pequeña)



A y B: puntos extremos (velocidad cero)
O: punto de equilibrio (velocidad máxima)

C. PERIODO DEL PÉNDULO SIMPLE (T)

Cuando la amplitud (α) del movimiento pendular es pequeño (menor que 10º) la oscilación pendular se aproxima a un movimiento armónico simple.

Analizamos el eje tangencial (T)

Para ángulos pequeños $(\alpha < 10^o)$ la fuerza de recuperadora (aquella que apunta al equilibrio) $mg\,sen\alpha$ pasa muy cerca de "O".

Usamos la ecuación dinámica en un M.A.S.

$$F_T = -m\omega^2 x \quad \Rightarrow \quad -mg\,sen\alpha = -m\omega^2 x$$

$$g\,sen\alpha = \omega^2 x \qquad \ldots(\alpha)$$

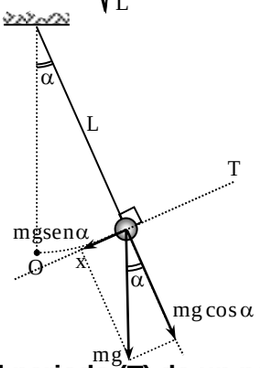
Para ángulos pequeños se puede considerar:

$$sen\alpha \approx \tan\alpha$$

Luego podemos sustituir en (α): $g\tan\alpha = \omega^2 x$

Del diagrama: $\tan\alpha = \frac{x}{L}$

$$g\left(\frac{x}{L}\right) = \omega^2 x \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad \ldots(\beta)$$



Cálculo del periodo (T) de un péndulo

Sabemos que: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Luego reemplazamos en la ecuación (β):

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

Observaciones:

1. El periodo de un péndulo es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su aceleración de la gravedad.

   $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$ T: se mide en segundos

2. El periodo de un péndulo es directamente proporcional a su longitud.

   $$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}}$$

3. El periodo de un péndulo no depende de su masa ni de la inclinación que se le dé respecto a la vertical.
4. Dos péndulos se llaman "sincrónicos" cuando tienen iguales periodos.
5. Se dice que un péndulo "bate el segundo" cuando su periodo es de 2 segundos.
6. El periodo es independiente de la longitud (L), se requiere solamente que $\alpha < 10^o$. O sea que si aumentamos la amplitud (cuidando que no supere los 10º) el periodo no cambiará.
7. El periodo es independiente de la masa pendular, se requiere solamente que la masa tenga dimensiones pequeñas. O sea si aumentamos la masa, el periodo no varia.
8. El periodo es dependiente de la longitud (L), o sea:
   - Si aumentamos la longitud, el periodo aumenta, esto quiere decir que las oscilaciones serán más lentas.
   - Si acortamos la longitud, el periodo disminuye y las oscilaciones serán más rápidas.
9. El periodo es independiente de la aceleración de la gravedad, es decir:
   - Si aumenta "g" (en los polos por ejemplo), el periodo disminuye y el péndulo oscila más rápido.

- Si disminuye “g” (en el Ecuador, en el espacio, en otro planeta más pequeño, etc.), el periodo aumenta y el péndulo oscila más lento.

D. EL PÉNDULO SIMPLE EN LA GRAVITACIÓN

Sabemos que el periodo del péndulo simple es independiente de la aceleración de la gravedad (g), la cual puede variar de un lugar a otro. Recordemos que “g” puede variar con la altura:

$$\frac{g_h}{g_s} = \left(\frac{R}{R+H}\right)^2$$

g_h : aceleración a una altura “H”

g_s : aceleración en la superficie

Se sabe además que “g” es un valor característico de cada planeta:

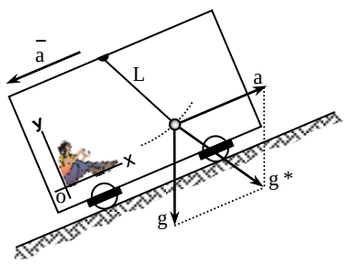
$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Donde:
G: Constante Universal de la gravitación
M: Masa del planeta
R: Radio del planeta

E. EL PÉNDULO SIMPLE EN UN LABORATORIO ACELERADO (Sistemas no Inerciales)

La aceleración de la gravedad “g” tiene las mismas características que las aceleraciones “a” generada por cualquier fuerza, luego en un laboratorio acelerado debe hallarse la aceleración de la gravedad efectiva (g*) del siguiente modo:

Sume vectorialmente la aceleración invertida “a” con la aceleración de la gravedad (g) (esto se fundamenta con la ley de D’Alambert).



Observe la aceleración del carro (laboratorio) es hacia abajo, pero para hallar “g”, debe invertirse (hacia arriba) y luego sumarla vectorialmente a la aceleración de la gravedad (g). Luego el periodo del péndulo simple será:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g^*}}$$

GRAVITACIÓN UNIVERSAL

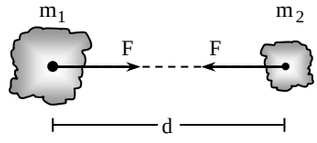
Según la famosa leyenda, Isaac Newton, sentado bajo un manzano, meditaba sobre la fuerza que mueve a los astros en el cielo, cuando vio caer una manzana al suelo. Este suceso tan trivial fue para él la clave del **Ejemplo Ilustrativo** que le intrigaba: se dio cuenta de que el movimiento de los cuerpos celestes es regido por la misma fuerza que atrae una manzana al suelo: la fuerza de gravedad. Newton descubrió que la gravitación es un fenómeno universal que no se restringe a nuestro planeta. Aun siendo poco veraz, está leyenda ilustra uno de los acontecimientos que señalan el nacimiento de la ciencia moderna: la unión de la física celeste con la física terrestre.

Es justo mencionar que, antes de Newton, el intento más serio que hubo para explicar el movimiento de los planetas se debe al científico inglés Robert Hooke, contemporáneo de Newton, En 1674, Hooke ya había escrito:

> *… todos los cuerpos celestes ejercen una atracción o poder gravitacional hacia sus centros; que atraen, no sólo, sus propias partes evitando que se escapen de ellos, como vemos la Tierra, sino también atraen todos los cuerpos celestes que se encuentran dentro de su actividad.*

Sin esa atracción, prosigue Hooke, los cuerpos celestes se moverían en línea recta, pero ese poder gravitacional curva sus trayectorias y los fuerza a moverse en círculos, elipses o alguna otra curva. Tal era el panorama de la mecánica celeste cuando Newton, alrededor de 1685, decidió atacar el ejemplo Ilustrativo del movimiento de los planetas utilizando un poderosísimo formalismo matemático que él mismo había inventado en su juventud; el cálculo diferencial e integral. Logró demostrar que las tres leyes de Kepler son consecuencias de una atracción gravitacional entre el sol y los planetas.

Todos lo cuerpos en el Universo se atraen gravitacionalmente. Newton descubrió que la fuerza de atracción entre dos cuerpos es proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Así, si m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos y “d” la distancia entre ellos, la fuerza F con la que atraen está dada por la siguiente ecuación:



$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

m_1, m_2 : masas

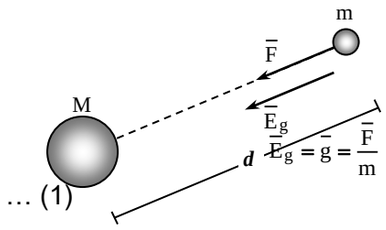
Donde: G: constante de gravitación universal

$$G = 6,67x10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$$; en el S.I.

D: distancias de separación entre sus centros de masas.

Intensidad de campo gravitatorio $\left(\overline{E_g}\ ;\ \bar{g}\right)$

Esta magnitud física vectorial está definida como la razón de la fuerza que ejerce el campo sobre un punto material que se encuentran en él; por unidad de masa de dicho punto.



Unidad (S.I.) $\frac{N}{kg} = m/s^2$

Si reemplazamos:

$$F = G\frac{Mm}{d^2}$$

Entonces queda:

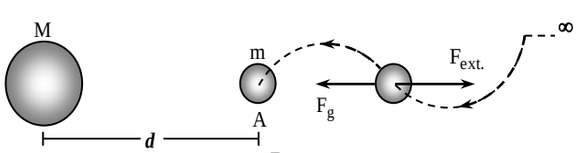
$$E_g = g = G\frac{M}{d^2} \quad \ldots (2)$$

Nota:

1. De (I) se deduce: $\overline{F} = m \cdot \bar{g}$
2. De la ecuación (II) se deduce que la intensidad del campo sólo depende de la masa M "generación de campo"
3. A la intensidad de campo $\left(E_g\right)$ también llamaremos líneas adelante: aceleración de gravedad; por tanto "g" es la aceleración producida por la interacción gravitatoria (F) sobre la masa "m".

Energía potencial gravitacional (Ep_g**)**

Esta magnitud física escalar puede definirse como e trabajo que desarrolla una fuerza externa "$F_{ext.}$" cuando hipotéticamente una masa "m" es atraída lentamente desde el infinito (*donde teóricamente el campo es nulo*) hasta cierta distancia "d" de otra masa M; donde exista campo gravitacional.



$$Ep_g = \frac{W_{\infty A}^{F_{ext}}}{m} \quad \ldots (I)$$

(*) Si se trae lentamente (*proceso cuasiestático*), se consigue demostrar:

$$W_{\infty A}^{F_{ext}} = -W_{\infty A}^{F_g}$$

Y también: $W_{\infty A}^{F_g} = F_g^{'} \times d$

Siendo: $F_g^{'}$: la fuerza gravitacional entre las masas cuando "m" se encuentra en "A".

Reemplazando $F_g = G\frac{Mm}{d^2}$, se consigue demostrar:

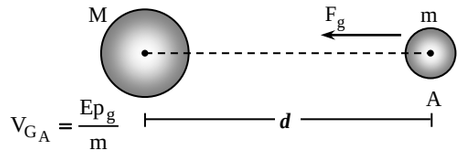
$$Ep_g = -G\frac{M \cdot m}{d}$$

Unidad S.I.: Joule

(*) El signo (–) es porque (*observe el gráfico de líneas arriba*) "F_{ext}" desarrolla trabajo negativo.

Potencial gravitatorio $\left(V_G\right)$

Tomando la definición anterior, el potencial gravitatorio por unidad de masa "M" se define como la energía potencial gravitatoria por unidad de masa "m", en un punto donde existe campo gravitacional.



Unidad: $\frac{Joule}{kg} = J/kg$

Variación de "g" con la altura

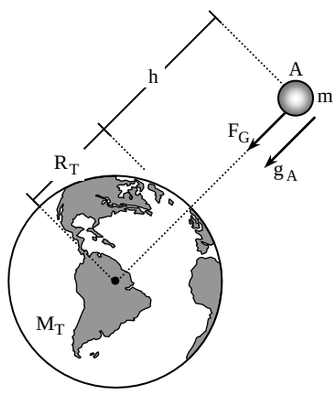
Si colocamos un cuerpo en la superficie terrestre, su peso toma un valor; si se sube el cuerpo con respecto a la Tierra, ese valor disminuye. Esto significa que a mayor altura, el peso disminuye; pero la masa "m" es constante, quien disminuye es "g" (aceleración de la gravedad). Esto no sólo sucede en la Tierra sino en cualquier cuerpo celeste.

A partir de:

$$F_G = mg_A$$

$$G\frac{M_T m}{(R_T + h)^2} = mg_A$$

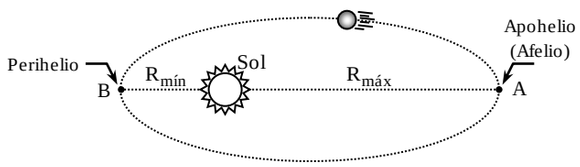
$$g_A = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad \ldots (1)$$



LEYES DE KEPLER

1. Primera Ley de Kepler

Todos los planetas del sistema solar, se mueven en órbitas elípticas en uno de cuyos focos se encuentra el Sol.



Segunda Ley de Kepler

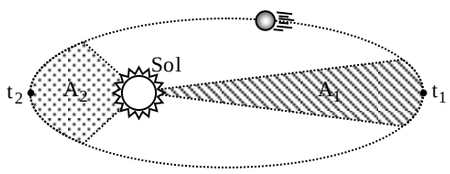
El radio que une el Sol y el planeta, barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

$$\frac{A_1}{t_1} = \frac{A_2}{t_2} = cte$$

Si A_T : Área total de la elipse

T : Periodo

$$\frac{A_T}{T} = \frac{A_1}{t_1} = \frac{A_2}{t_2} = cte$$



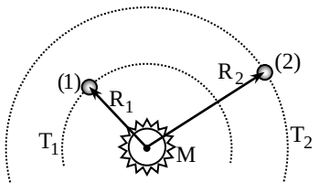
Tercera Ley de Kepler

Los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas alrededor del Sol, son proporcionales a los cubos de los radios medios de estos planetas.

$$\frac{T_1^{\,2}}{R_1^{\,3}} = \frac{T_2^{\,2}}{R_2^{\,3}} = cte$$

También:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Hallar la energía cinética de un oscilador armónico cuya masa es 0,25 kg que obedece a la ley $x = 2\sqrt{2}\cos(\pi t)$, cuando $t = 0{,}75\ s$.

a) 0,4 J b) 0,5 J c) 0,6 J
d) 0,8 J e) 0,3 J

Solución:

Cálculo de la velocidad:

Se sabe que: $\boxed{V = -A\omega sen(\omega t)}$

$$V = -2\sqrt{2}\,sen\left(0{,}75\pi\right)$$

$$V = -2\sqrt{2}\,sen\left(\frac{3}{4}\pi\right)$$

$$V = -2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{V = -2\ m/s}$$

Energía cinética: $\boxed{E_c = \frac{1}{2}mV^2}$

$$E_c = \frac{1}{2}(0,25)(-2)^2$$

$$E_c = \boxed{0,5\ J}$$

2. Una masa unida a un resorte se comprime en $3\ cm$ y se le impulsa con una velocidad de $12\ cm/s$, observándose que el estiramiento máximo del muelle es de 5 cm. Halle la ecuación senoidal de la elongación en función del tiempo.

a) $5\,sen\left(3t + \frac{37}{90}\pi\right)$ b) $5\,sen\left(2t + \frac{37}{180}\pi\right)$
c) $5\,sen\left(3t + \frac{37}{180}\pi\right)$ d) $5\,sen\left(3t + \frac{53}{180}\pi\right)$
e) $5\,sen\left(4t + \frac{37}{180}\pi\right)$

Solución:

Forma senoidal: $x = A\,sen(\omega t + \alpha)$

Datos: $t = 0$ … $x_0 = 3\ cm$ y $A = 5cm$

Para la fase inicial: $3 = 5\,sen\left[\omega(0) + \alpha\right]$

$$\frac{3}{5} = Sen\,\alpha \Rightarrow \alpha = 37^o = \frac{37\pi}{180}rad$$

Frecuencia angular "ω" se calcula con:

$$V = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Para: $t = 0$ … $V = 12\ cm/s$ y $x_0 = 3\ cm$

$$12 = \omega\sqrt{5^2 - 3^2} \Rightarrow \boxed{\omega = 3\ rad/s}$$

La ecuación del M.A.S. es:

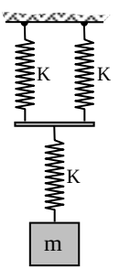
$$x = \boxed{5\,sen\left(3t + \frac{37}{180}\pi\right)}$$

3. Una masa "m" tiene una oscilación armónica dependiente del siguiente arreglo de muelles idénticos de rigidez "K". Hallar el periodo del M.A.S.

a) $2\pi\sqrt{\frac{2m}{3K}}$

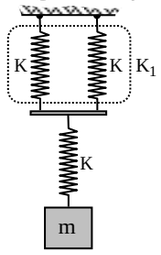
b) $2\pi\sqrt{\frac{5m}{2K}}$

c) $\pi\sqrt{\frac{3m}{K}}$



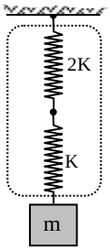
d) $2\pi\sqrt{\frac{3m}{2K}}$ e) $2\pi\sqrt{\frac{5m}{3K}}$

Solución:
Este arreglo mixto se resuelve separando los arreglos en paralelo y en serie.



Primer equivalente (K_1) en paralelo (se suman):

$$K_1 = K + K$$
$$K_1 = 2K$$



Equivalente total (K_e) en serie (se suman las inversas):

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{2K} + \frac{1}{K} = \frac{3}{2K}$$

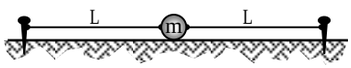
$$\boxed{K_e = \frac{2K}{3}}$$

Cálculo del periodo (T):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_e}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{2K}{3}}}$$

$$T = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{3m}{2K}}}$$

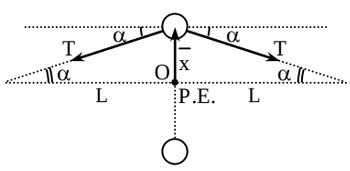
4. Mediante ligamentos de iguales características, una pequeña masa "m" es atada a dos clavos sobre una mesa horizontal lisa, de modo que cada liga queda tensada en "T", separada apenas la masa en forma horizontal (transversalmente) y luego soltada se produce una oscilación casi armónica. Hallar el respectivo periodo de oscilación si la separación entre los clavos es "$2L$".



a) $2\pi\sqrt{\frac{mL}{T}}$ b) $2\pi\sqrt{\frac{mT}{2L}}$ c) $\pi\sqrt{\frac{mL}{2T}}$

d) $2\pi\sqrt{\frac{mL}{2T}}$ e) $2\pi\sqrt{\frac{L}{2m}}$

Solución:
Representamos las fuerzas de horizontales (O: punto de equilibrio). Para un pequeño desplazamiento (x) la tensión en la cuerda casi no varía:



Cálculo de la fuerza restitutoria (F_r) es aquella que apunta hacia "O":

$$F_r = -2T\,\text{sen}\alpha \quad \ldots (1)$$

Como "x" es pequeño "α" también lo es, luego cuando $\alpha \to 0 \quad \text{sen}\alpha = \tan\alpha$:

Reemplazando en (1): $F_r = -2T\text{sen}\alpha$

$$F_r = -2T\left(\frac{x}{L}\right) \ldots (2)$$

Dinámica del M.A.S.: $\Sigma F = -m\omega^2 x$

$$F_r = -m\omega^2 x$$

$$\left(-2T.\frac{x}{L}\right) = -m\omega^2 x$$

$$\frac{2T}{L} = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2T}{mL}}$$

Cálculo del periodo (T_1):

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2}{\sqrt{\frac{2T}{mL}}}$$

$$T_1 = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{mL}{2T}}}$$

5. Un reloj de péndulo es llevado a un planeta donde la gravedad es 10% menor que la de la Tierra, si la longitud del péndulo es 20 cm. ¿Cuál debe ser la nueva longitud del péndulo para que en ese planeta funcione correctamente?

a) 16 cm b) 18 cm c) 19 cm
d) 21 cm e) 22 cm

Solución:

Periodo en la Tierra: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$

Periodo en el planeta: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{0,9g}}$

Para que el reloj de péndulo siga funcionando correctamente, el periodo no debe variar, los periodos deben ser iguales:

$$T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{0,9g}}$$

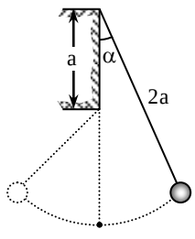
$$0,9L_1 = L_2$$

Reemplazando:

$$0,9(20\text{cm}) = L_2 \Rightarrow L_2 = \boxed{18\text{ cm}}$$

6. Un péndulo matemático es desfasado de la vertical de un ángulo "α" menor que 5º, luego es soltado rebotando elásticamente del muro cuyo grosor es "a" metros. Halle el periodo (en segundos) del movimiento pendular que se produce sabiendo que la longitud del péndulo es "2a" metros (Utilice: $g = \pi^2\ \text{m/s}^2$).

a) $\sqrt{a}\left(\sqrt{2}+1\right)$
b) $a\left(\sqrt{2}+1\right)$
c) $2a\left(\sqrt{2}+1\right)$
d) $a\left(\sqrt{2}-1\right)$
e) $\sqrt{a}\left(\sqrt{2}-1\right)$



Solución:

El periodo neto será la suma de los medios periodos de cada movimiento pendular componente:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{2a}{g}} + \pi\sqrt{\frac{a}{g}} = \pi\sqrt{\frac{2a}{\pi^2}} + \pi\sqrt{\frac{a}{\pi^2}}$$

$$T = \sqrt{2a} + \sqrt{a}$$

$$T = \boxed{\sqrt{a}\left(\sqrt{2}+1\right)}$$

7. ¿En cuánto debe aumentarse (en cm) el hilo de un reloj de péndulo, que mide 0,5 cm, para que el reloj siga funcionando correctamente dentro de un ascensor que sube acelerando a razón de $4,9\ m/s^2$?

a) 0,25 b) 0,20 c) 0,35
d) 0,45 e) 0,18

Solución:

Para lecturas correctas del reloj, el periodo no debe variar:

Fuera del ascensor (T): $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Dentro del ascensor que sube con aceleración (T*)

$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{L+x}{g+a}}$$

Igualando los periodos: $T = T^*$

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L+x}{g+a}}$$

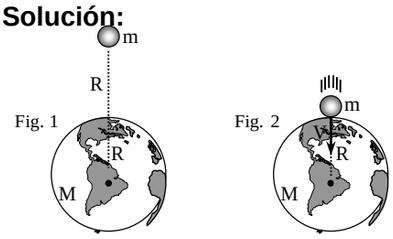
$$\frac{L}{g} = \frac{L+x}{g+a} \quad \Rightarrow \quad \frac{0,5}{9,8} = \frac{0,5+x}{9,8+4,9}$$

$$x = \boxed{0,25}$$

8. Un cuerpo es soltado desde una altura sobre la superficie terrestre, equivalente al radio terrestre "R", ¿con qué velocidad el cuerpo tocará la superficie terrestre? Desprecie la fricción de la atmósfera.

a) $R\sqrt{g}$ b) $\sqrt{gR}$ c) $\sqrt{2gR}$
d) $\sqrt{3gR}$ e) $2\sqrt{gR}$

Solución:



Como $M >>> m$ podemos utilizar:

$$E = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GMm}{r}$$

Energía inicial (Fig. 1):

$$E = 0 - \frac{GMm}{2R} \qquad \ldots (1)$$

Energía Final (Fig. 2):

$$E = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GMm}{R} \qquad \ldots (2)$$

Como se desprecia la fricción de la atmósfera, la energía total se conserva:

Igualando (1) y (2):

$$\frac{GMm}{2R} = \frac{1}{2}mV^2$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

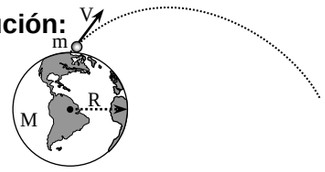
Recordemos que en la superficie:

$$GM = gR^2 \quad \Rightarrow \quad V = \boxed{\sqrt{gR}}$$

9. Un planeta de masa "M" tiene un radio "R" hallar la mínima velocidad de lanzamiento desde la superficie del planeta de un cohete tal que pueda abandonar el planeta (velocidad de escape).

a) $1,33\times10^4\ m/s$ b) $1,03\times10^4\ m/s$
c) $1,13\times10^3\ m/s$ d) $1,13\times10^4\ m/s$
e) $1,13\times10^2\ m/s$

Solución:



$$E = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{GMm}{R} \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

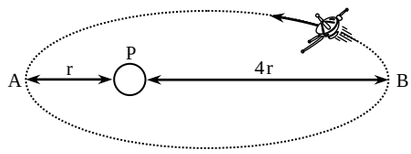
En la superficie del planeta:

$$GM = gR^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = \sqrt{2gR}}$$

Para la Tierra: $R = 6400\ km\ ;\ g = 9,8\ m/s^2$

$$V = \boxed{1,13\times10^4\ m/s}$$

10. Un satélite orbita un planeta P, describiendo una trayectoria elíptica, tal como se muestra en la figura. ¿Cuál será la relación V_A / V_B de las rapideces del satélite en las posiciones A y B?

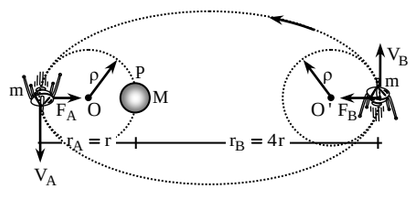


a) 4 b) 2 c) 1
d) 1/2 e) 1/4

Solución:

En los puntos A y B, la velocidad hace 90º con la fuerza gravitacional, por tanto la fuerza que actúa sobre el satélite será una fuerza radial o normal.

Podemos notar también, que el radio de curvatura del movimiento en A y B es el mismo.



Por dinámica circular:

En A: $F_A = F_{cp_A}$

$$G\frac{Mm}{r_A^2} = m\frac{V_A^2}{\rho} \qquad \ldots (I)$$

En B: $F_B = F_{cp_B}$

$$G\frac{Mm}{r_B^2} = m\frac{V_B^2}{\rho} \qquad \ldots (II)$$

Dividiendo (I) y (II):

$$\frac{r_B^2}{r_A^2} = \frac{V_A^2}{V_B^2} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{4r}{r}$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \boxed{4}$$

MECÁNICA DE FLUIDOS

Es la parte de la Física que estudia el movimiento de los fluidos (líquidos y gases), y que tiene la finalidad de analizar el comportamiento y efectos físicos que originan los fluidos en el estado de reposo y en el estado dinámico.

Fluido
Es toda sustancia que se deforma continuamente cuando se le somete a un esfuerzo cortante o tangencial, aun por muy pequeño que sea éste.

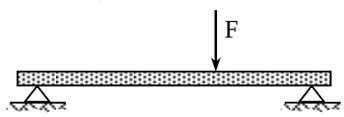
Los fluidos pueden dividirse en líquidos y gases
Ramas de la Mecánica de Fluidos
La mecánica de fluidos se puede clasificar de la siguiente manera:

- MECÁNICA DE FLUIDOS
  - Estática de Fluidos
    - Hidrostática
    - Neumostática
  - Dinámica de Fluidos
    - Hidrodinámica
    - Neumodinámica

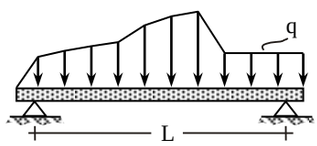
La Hidrostática: Es la parte la mecánica de fluidos que estudio a los cuerpos en reposo.

La Hidrodinámica: Es la rama de la mecánica de fluidos que se encarga de estudiar los líquidos en movimiento. Cuando los líquidos fluyen, sus moléculas componentes se mueven describiendo curvas llamadas líneas de corriente.

Fuerza concentrada
Es una fuerza resultantes ideal, la cual se supone que actúan en un solo punto, cuando se trata del peso se ubica generalmente en el centro de gravedad del cuerpo.



Fuerzas distribuidas
Son fuerzas que actúan en toda una superficie o a lo largo de una recta. Las fuerzas distribuidas son las que más se aproximan a las fuerzas reales.



PRESIÓN
Es una **magnitud física tensorial** que expresa la distribución normal de una fuerza sobre una superficie. Magnitud tensorial implica que la presión tiene infinitos puntos de aplicación y manifestación normal sobre todas las superficies.

$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza Normal}}{\text{Área}}$$

Unidades de Presión:

S.I. $\text{Pascal} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\,\text{Pa}$

Otras: g/cm^2 ; lb/ft^2 etc.

Equivalencias: $1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$

$1\ \text{torricelli} = 1\,\text{torr} = 1\,\text{atm}$

HIDROSTÁTICA

Introducción:
Los estados o fases estables de la materia son tres: sólido, líquido y gaseoso. El estado sólido se caracteriza por tener una forma definida o propia, si se les aplica una fuerza no cambian su forma ni su volumen. Esto se debe a que las fuerzas moleculares son muy fuertes, impidiendo cualquier movimiento intermolecular.

En cambio en los líquidos y gases, las fuerzas intermoleculares son débiles, las moléculas pueden resbalar o deslizar unas sobre otras, decimos que fluyen y de ahí el nombre de fluidos.

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Densidad (ρ)
Se le llama también densidad absoluta, es una magnitud escalar que mide la masa por unidad de volumen que posee un cuerpo. Se determina por la relación entre la masa de un cuerpo y su volumen.

Es una **magnitud escalar** cuyo valor nos indica la masa por unidad de volumen que posee un cuerpo:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Donde: m: Masa de la sustancia
V: Volumen del cuerpo

Unidades:
S.I.: kg/m^3
Otras: g/cm^3 ; lb/pulg^3 ; lb/pie^3 ; etc.

Densidad Relativa (ρ_r)
Es la relación entre la densidad de cualquier cuerpo y la densidad del agua, es una cantidad adimensional.

$$\rho_r = \frac{\rho_{\text{sustancia}}}{\rho_{H_2O}}$$

ρ_r **:** es adimensional

Peso Especifico (γ)

Magnitud escalar que se define como el cociente del peso de un cuerpo entre su volumen.

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

Donde: W: Peso del cuerpo
V: Volumen del cuerpo

Unidades:

S.I: N/m^3

Otras: kg/m^3 ; kg/lt ; g/cm^3 ; etc.

Gravedad Específica (S)

Es un peso específico relativo, respecto al agua para los sólidos y líquidos.

$$S_{cuerpo} = \frac{\gamma_{cuerpo}}{\gamma_{H_2O}}$$

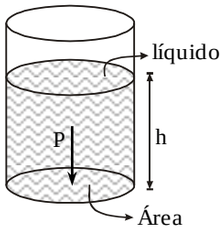
Relación entre el peso específico y la densidad

Se sabe que: $\rho = \frac{m}{V}$; y $\gamma = \frac{W}{V} = \frac{m\,g}{V}$

Entonces: $\gamma = \rho g$

Presión Hidrostática

Es la presión que soporta todo cuerpo sumergido en forma parcial o total en un líquido en reposo relativo. La presión hidrostática se debe a la acción de la gravedad sobre el líquido.



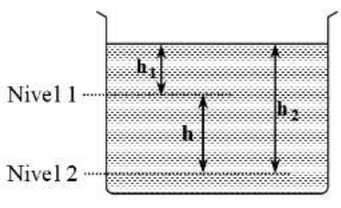
$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}} = \frac{W}{A} = \frac{\rho g V}{A} = \frac{\rho g A h}{A}$$

$$P = \rho g h$$

Principio Fundamental de la Hidrostática

"La diferencia de presiones hidrostáticas entre los puntos situados en un mismo líquido en reposo relativo es igual al producto de la densidad del líquido por la altura entre dichos puntos por la gravedad".

$$P_2 = \rho_{liq} g h_2$$
$$P_1 = \rho_{liq} g h_1$$
$$P_2 - P_1 = \rho_{liq} g (h_2 - h_1)$$
$$P_2 - P_1 = \rho_{liq} g H$$
$$\Delta P = \rho_{liq} g H$$



Donde: $H = h_2 - h_1$

Nota:

Si: $h_1 = h_2$ (a un mismo nivel)

$P_2 - P_1 = 0 \Rightarrow \boxed{P_2 = P_1}$

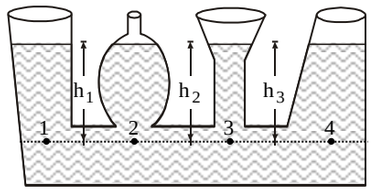
Vasos comunicantes

Son recipientes de diversas formas, comunicados entre sí por su base.

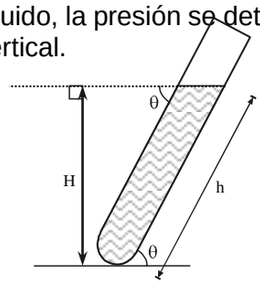
Si por una de las ramas se vierte un solo líquido, la altura que alcanza dicho líquido en todas las ramas del recipiente es la misma.

Esto es debido a que si un líquido se halla en reposo, las presiones en todos los puntos correspondientes a un mismo nivel es la misma.

Como: $h_1 = h_2 = h_3$ $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$



- En el caso de tener un tubo inclinado con cierto líquido, la presión se determina tomando la altura vertical.

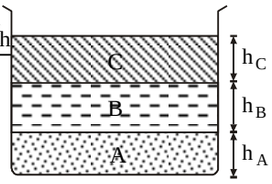


Presión en el fondo

$P = \gamma H$

$\boxed{P = \gamma h \operatorname{sen}\theta}$

- **Se denominan líquidos inmiscibles** a aquellos que cuando se juntan no llegan a mezclarse. Los menos densos tienden a subir a la superficie y los demás tratan de quedarse en el fondo.

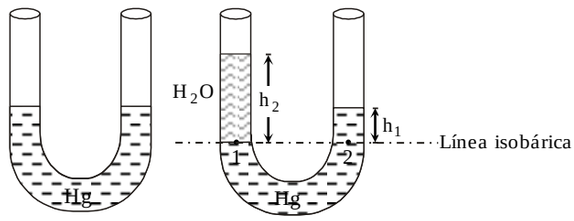


Si: $\rho_A > \rho_B > \rho_C$

$P = \gamma_A h_A + \gamma_B h_B + \gamma_C h_C$

Vasos comunicantes con dos líquidos inmiscibles

Sea un tubo en U nuestro vaso comunicante. Si en una de sus ramas echamos mercurio (Hg), entonces alcanzará el mismo nivel. Si a continuación echamos agua en una de sus ramas, las superficies de mercurio quedan a distintos niveles.



Las presiones son iguales en líneas isobáricas

En el gráfico:

$P_1 = P_2 \Rightarrow \gamma_{H_2O} h_1 = \gamma_{Hg} h_2$

Nota:

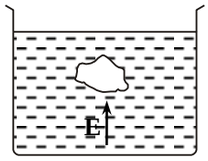
¿Para otro nivel encima del elegido, se cumplirá la misma relación?

La respuesta es **NO**

"Pues las presiones son iguales a un mismo nivel solo cuando se tiene un mismo líquido"

Principio de Arquímedes

"Todo cuerpo sumergido parcial o totalmente en un líquido recibe una fuerza vertical de abajo hacia arriba, denominada **empuje** cuyo valor es igual al peso del líquido desalojado".



$$E = \rho_{líq} g V_S$$

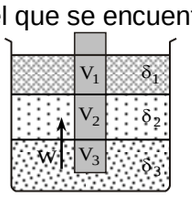
ó

$$\boxed{E = \gamma_{líq} V_S}$$

PESO APARENTE

Se llama así a la diferencia entre el peso real de un cuerpo, (peso medido en el vacío) y el empuje del fluido en el que se encuentra el cuerpo.

$$\boxed{W_a = W_r - E}$$

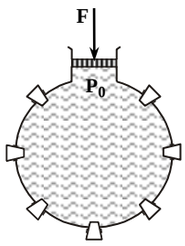


En el caso de un cuerpo sumergido en líquidos inmiscibles, el empuje se obtiene de la siguiente manera:

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 \quad \Rightarrow \quad E_T = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3$$

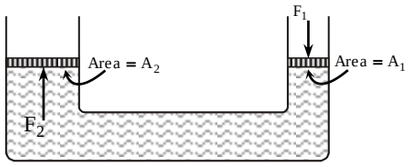
PRINCIPIO DE PASCAL

"Un líquido transmite en todas direcciones, la presión que ejerce sobre él, sin disminuir su valor"



PRENSA HIDRÁULICA

Es una máquina simple que tiene por objetivo multiplicar la fuerza que se le comunica. Sus aplicaciones se dan para levantar cargas pesadas.



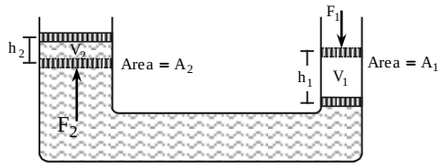
$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

Desplazamiento de émbolos

Los volúmenes de líquido desplazado son iguales, de donde se establece que:

$$V_1 = V_2 \quad \Rightarrow \quad A_1 h_1 = A_2 h_2$$

$$\boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{h_2}{h_1}}$$



Presión Atmosférica

La presión atmosférica se ejerce en todas direcciones y con igual intensidad, en un mismo punto.

Densidad del aire: $\rho_{aire} = 1,3\ \bar{g}/cm^3$

HIDRODINÁMICA

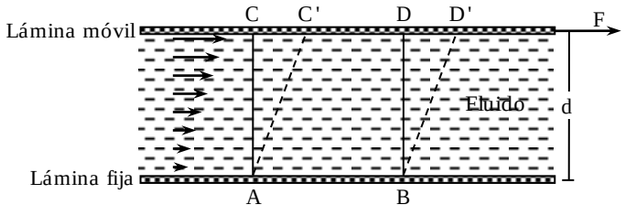
La discrepancia entre la teoría y experimentación, a la que se denominó la paradoja de D'Alembert, ha sido en la actualidad ya resuelta. No obstante se demuestra con claridad las limitaciones de la teoría de esa época para la resolución de problemas sobre fluidos. Con motivo del conflicto entre la teoría y la experimentación, surgieron dos escuelas de pensamiento para el estudio de la mecánica de los fluidos, una que trataba acerca de los aspectos teóricos y otra acerca de los aspectos prácticos del flujo de los fluidos. En cierto sentido, estas escuelas de pensamiento han subsistido hasta la actualidad, lo que ha tenido como resultado el campo matemático de la hidrodinámica, y la ciencia práctica de la hidráulica.

FLUIDO

Definición.- Es toda sustancia que se deforma continuamente cuando se le comete a un esfuerzo cortante. Se diferencia de u sólido debido a que cuando un sólido es empujado por una fuerza, ésta tendrá que ser no tan pequeña para empezar a deformarlo, pues habrá que vencer a una determinada resistencia, es más, si la fuerza no es tan grande, el sólido puede recuperar su forma original. En cambio en el fluido, por más pequeña que sea la fuerza (esfuerzo cortante), éste empezará a deformarse.

VISCOSIDAD

Es el rozamiento interno entre las capas de fluido. A causa de la viscosidad, es necesario ejercer una fuerza para obligar a una capa de fluido a deslizar sobre otra. En la figura, se representa un fluido comprendido entre una lámina inferior fija y una lámina superior móvil.



La capa de fluido en contacto con la lámina móvil tiene la misma velocidad que ella, mientras que la adyacente a la pared fija está en reposo. La velocidad de las distintas capas intermedias aumenta uniformemente entre ambas láminas tal como sugieren las flechas. Un flujo de este tipo se denomina laminar.

Ecuación de continuidad

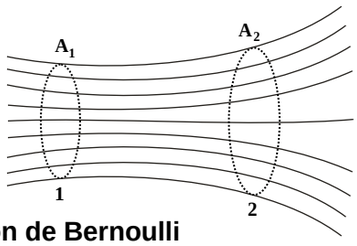
Es un enunciado de la conservación de la masa.

$$A_1V_1 = A_2V_2$$

Esta ecuación se deduce primeramente para **flujo permanente** de un **fluido compresible**. En efecto, consideremos el flujo permanente de un fluido compresible a través de tubo de corriente.

Flujo y líneas de corriente a través de un tubo.

Observe que las secciones en el tubo tienen superficies distintas.

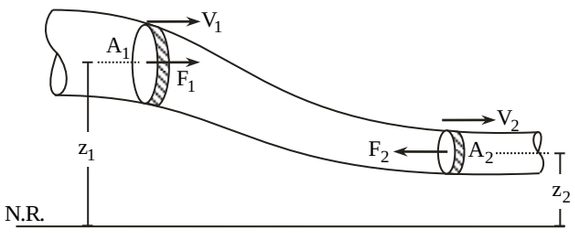


Ecuación de Bernoulli

Expresa la conservación de la energía en el fluido.

Consideremos un fluido compresible y **no viscoso** y de **régimen estable**.

Para trasladar el flujo de la posición (a) a la (b), se hace necesario realizar un trabajo por un agente exterior (una bomba, el peso, etc.) y éste es igual a:



$$W_{ext} = F_1d_1 - F_2d_2 \Rightarrow W_{ext} = P_1A_1I_1 - P_2A_2I_2 \quad \dots (1)$$

Donde los volúmenes V_1 y V_2 de la parte rayada son iguales:

$$V_1 = A_1I_1 \quad y \quad V_2 = A_2I_2$$

Reemplazando en (1) $(V_1 = V_2 = V)$

$$W_{ext} = P_1V_1 - P_2V_2 \Rightarrow W_{ext} = P_1V - P_2V$$

$$W_{ext} = (P_1 - P_2)V \quad \dots (2)$$

Se sabe: $\rho = \frac{m}{v}$ y $V = \frac{m}{\rho}$ … (3)

Reemplazando (3) en (2): $W_{ext} = (P_1 - P_2)\frac{m}{\rho}$

Este trabajo debe ser igual a la ganancia neta de la energía mecánica (cinética y potencial), es decir:

$$W_{ext} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

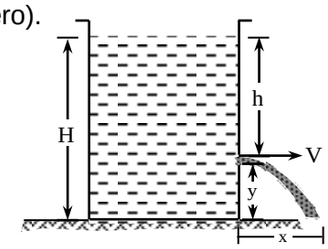
$$(P_1 - P_2)\frac{m}{\rho} = \left(\frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}\right) + mgz_2 - mgz_1$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho V_2^2}{2} - \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 - \rho g z_2 \Rightarrow$$

$$\boxed{P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 = P_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 = cte}$$

Teorema de Torricelli

Se tiene un depósito muy grande lleno de líquido con su superficie libre a la P_0 (presión atmosférica) con orificio pequeño en la unidad h. El punto 1 está en presión P_0, la velocidad es 0 (cero) y su altura es h, con respecto al punto 2, que tiene la presión P_0 su velocidad V y su altura 0 (cero).



Por el Teorema de Bernoulli:

$$P_0 + 0 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2}\rho V^2 + 0$$

$$\boxed{V = \sqrt{2gh}}$$

Donde:

V : Velocidad de salida

h : Profundidad del orificio

PROBLEMAS DESARROLLADOS

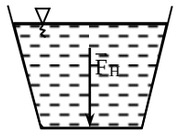
1. Un vaso de boca ancha y fondo angosto cuya sección es de $50\ cm^2$ se halla parcialmente lleno con aceite cuya densidad es de $0,8\ g/cm^3$, halle la fuerza hidrostática en el fondo del vaso si el aceite tiene una profundidad de 15 cm.

a) $600\ \bar{g}$ b) $400\ \bar{g}$ c) $200\ \bar{g}$
d) $800\ \bar{g}$ e) $100\ \bar{g}$

Solución:

* Cálculo de la presión hidrostática:

Esta presión depende solamente de la profundidad del aceite, más no de la forma del vaso.



$$P_h = \gamma_L H$$
$$P_h = (0,8\ \bar{g}/cm^3)(15\ cm)$$
$$P_h = 12\ \bar{g}/cm^2\ p$$

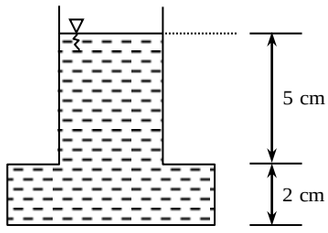
Cálculo de la fuerza hidrostática:

$$F_h = P_h A \Rightarrow F_h = (12\ g/cm^2)(50\ cm^2)$$
$$F_h = \boxed{600\ \bar{g}}$$

* No debe confundirse, "fuerza sobre el fondo" con "fuerza total hacia abajo".

2. Se muestra la vista frontal de un tintero cuyo fondo tiene una sección de $5\ cm^2$ y su boca $2\ cm^2$. Si la densidad de la tinta es $1,2\ g/cm^3$, hallar:

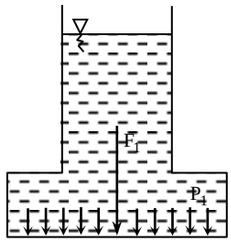
a) La fuerza hidrostática sobre el fondo.
b) La fuerza hidrostática total hacia abajo.



a) $55\ \bar{g}$ y $40\ \bar{g}$ b) $42\ \bar{g}$ y $24\ \bar{g}$
c) $24\ \bar{g}$ y $42\ \bar{g}$ d) $40\ \bar{g}$ y $55\ \bar{g}$
e) $48\ \bar{g}$ y $52\ \bar{g}$

Solución:

a) Fuerza hidrostática en el fondo (F_1)



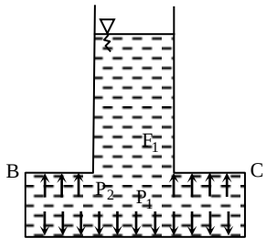
Presión en el fondo:

$$P_1 = \gamma_1 H$$
$$P_1 = (1,2\ \bar{g}/cm^3)(7\ cm)$$
$$P_1 = 8,4\ \bar{g}/cm^2$$

Fuerza en el fondo (F_1)

$$F_1 = P_1 A$$
$$F_1 = (8,4\ g/cm^2)(5\ cm^2)$$
$$F_1 = \boxed{42\ \bar{g}}$$

b) Fuerza hidrostática total hacia abajo (F_1)



$$P_2 = \gamma_L h$$
$$P_2 = (1,2\ \bar{g}/cm^3)(5\ cm)$$
$$P_2 = 6\ \bar{g}/cm^2$$

Área neta en el contrafondo BC:

$$A = 5\ cm^2 - 2\ cm^2 = 3\ cm^2$$

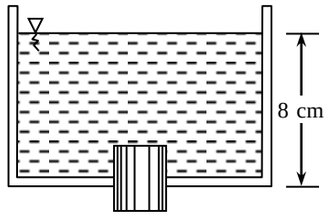
Fuerza en el contrafondo BC:

$$F_{BC} = P_2 A$$
$$F_{BC} = (6\ \bar{g}/cm^2)(3\ cm^2)$$
$$F_{BC} = 18\ \bar{g}$$

Luego, la fuerza total hacia abajo (F_1) será:

$$F_T = F_1 - F_{BC}$$
$$F_T = (42\ \bar{g}) - (18\ \bar{g})$$
$$F_T = \boxed{24\ \bar{g}}$$

3. El Siguiente diagrama hace ver un tapón cilíndrico de 100 gr de peso, ajustado a un orificio circular en el fondo del recipiente de $4\ cm^2$. Encuentre la fricción en torno al tapón si se sabe que el agua no escapa por el hoyo.



a) $120\ \bar{g}$ b) $125\ \bar{g}$ c) $132\ \bar{g}$
d) $146\ \bar{g}$ e) $152\ \bar{g}$

Solución:

Cuando sobre el cuerpo (tapón) o no hay presencia de líquido, no existe empuje hidrostático (se detallará posteriormente) solamente hay fuerza vertical hacia abajo.

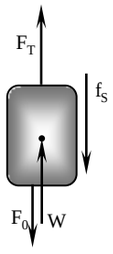
* El equilibrio de un cuerpo sumergido en un fluido (líquido) debe analizarse considerándose la presión atmosférica siempre que el recipiente esté abierto a la atmósfera.

* Diagrama de presiones sobre el tapón.
* Sobre la base superior actúan la presión atmosférica y la presión hidrostática, luego:

$P_T = P_0 + P_h$

* Sobre la base inferior actúa solamente la presión atmosférica.

* Diagrama de fuerzas sobre el tapón.



* f_S : fricción total en torno al tapón

Luego: $F_0 + f_S = F_T + w$

$(P_0 A) + f_S = (P_T A) + W$

$P_0 A + f_S = (P_0 + P_h) A + W$

$f_S = P_h \cdot A + W$

$f_S = (\gamma_L H) A + w$

$f_S = (1\ \bar{g}/cm^3)(8\ cm)(4\ cm^2) + 100\ g/cm^2$

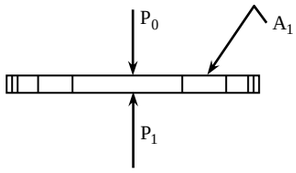
$f_S = \boxed{132\ \bar{g}}$

4. Dos émbolos ingrávidos, de secciones transversales de $6\ cm^2$ y $4\ cm^2$ están unidos por un alambre fino de 20 cm de longitud, de modo que se impide el escape del agua. Hallar la tensión en el alambre. Despréciese el rozamiento. Los extremos del recipiente están abiertos a la atmósfera.

a) $200\ \bar{gr}$ b) $220\ \bar{gr}$ c) $240\ \bar{gr}$
d) $260\ \bar{gr}$ e) $280\ \bar{gr}$

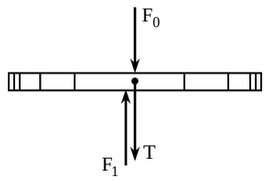
Solución:

* Diagrama de presiones (tapa superior)



* La tensión hacia abajo hace que exista presión (P_T) en la tapa superior.

* Diagrama de fuerzas (tapa superior)



$F_0 + T = F_1$

$T = P_1 A_1 - P_0 A_1$

$P_1 - P_0 = \frac{T}{A_1}$ … (1)

* Diagrama de presiones (tapa inferior)

Del diagrama:

$P_2 = P_1 + \gamma_L H$ …(2)

* Diagrama de fuerzas (tapa inferior)

$F_o + T = F_2$

$T = P_2 A_2 - P_o A_2$

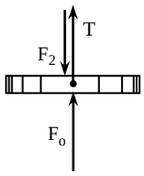
$T = (P_1 A_2 + \gamma_L H) A_2 - P_o A_2$

$T = P_1 A_2 + \gamma_L H A_2 - P_o A_2$

$T - \gamma_L H A_2 = (P_1 - P_o) A_2$

$\frac{T - \gamma_L H A_2}{A_2} = P_1 - P_0$ …(3)

Comparando (1) = (3)



$\frac{T}{A_1} = \frac{T - \gamma_L H A_2}{A_2}$

$T A_2 = T A_1 - \gamma_L H A_2 A_1$

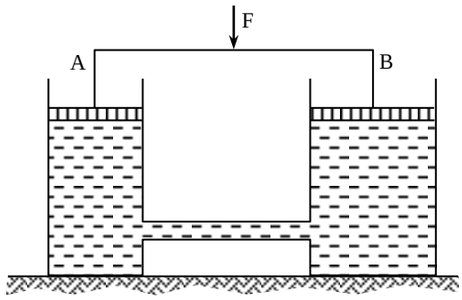
$T = \frac{\gamma_L H A_2 A_1}{A_1 - A_2}$

Reemplazando:

$T = \frac{(1)(20)(6)(4)}{6 - 4}$

$T = \boxed{240\ \bar{g}}$

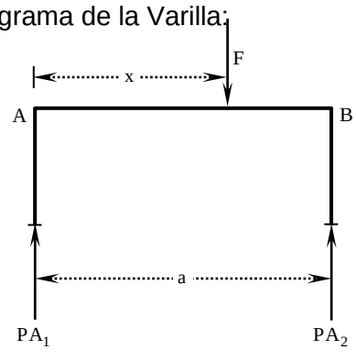
5. ¿En qué parte de la varilla AB, a partir de "A", será necesario aplicar la fuerza vertical "F" para que la varilla de longitud "a", unida (rígidamente a émbolos ingrávidos permanezca horizontal? La sección transversal de un émbolo es el doble que la sección del otro.



Solución:

Para que la varilla permanezca horizontal, en los tanques debe haber igual nivel de líquido, luego sobre cada émbolo actúa igual presión (P).

Diagrama de la Varilla:



$\sum M_A = 0$

$F_x = (PA_2)a$ …(1)

$\sum F = 0$

$F = PA_1 + PA_2$ …(2)

(2) en (1):

$(PA_1 + PA_2)x = (PA_2)a$

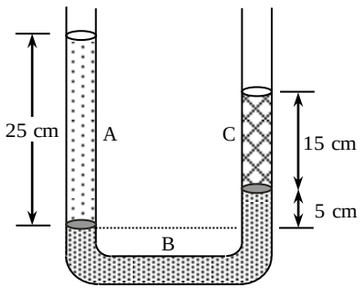
$x = a\frac{A_2}{A_1 + A_2}$ … (3)

Pero: $A_2 = 2A_1$ … (4)

(4) en (3)

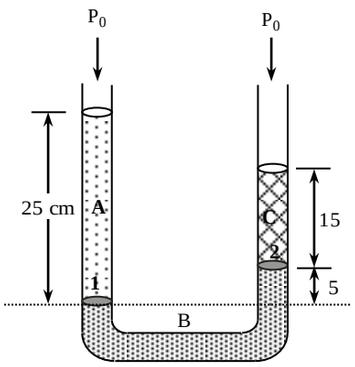
$x = \boxed{\frac{2a}{3}}$

6. En un tubo en "U" se vierten 3 líquidos: A, B y C, quedando en equilibrio en la forma mostrada. Si los pesos específicos de A y C son 5 y 3 $\bar{g}/cm^3$ respectivamente. Hallar el peso específico del líquido B.



a) 10 $\bar{gr}/cc$ b) 12 $\bar{gr}/cc$ c) 14 $\bar{gr}/cc$
d) 16 $\bar{gr}/cc$ e) 18 $\bar{gr}/cc$

Solución:
Paso a: Trazamos la isobara



* Paso b: Igualamos presiones absolutas:

$$P_1 = P_2 \ldots (1)$$

* Del diagrama:
Sobre "1": Líquido "A" y atmósfera.
Luego: $P_1 = P_A + P_o$
Sobre "2": Líquido B y C, y atmósfera
Luego: $P_2 = P_B + P_C + P_o$
Reemplazando en (1): $P_A + P_0 = P_B + P_C + P_0$

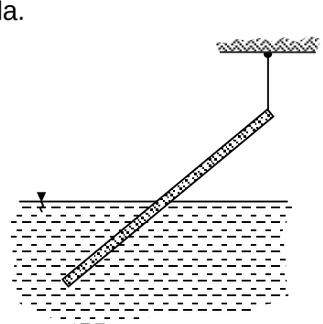
$$\gamma_A h_A = \gamma_B h_B + \gamma_C h_C$$

$$\left(5\ \bar{g}/cm^3\right)(25\ cm) = \gamma_B(5\ cm) + \left(3\ \bar{g}/cm^3\right)(15\ cm)\quad \gamma_B =$$

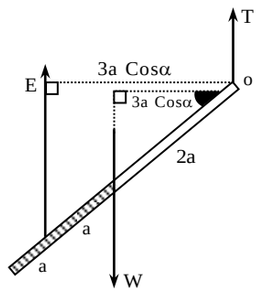
$$\boxed{16\ \bar{g}/cm^3}$$

7. Una varilla de peso homogéneo y uniforme se halla lastrada con el 50% de su volumen hundida en agua. Encuentre la densidad de la varilla.

a) $\frac{3}{4}\ g/cm^3$
b) $\frac{2}{3}\ g/cm^3$
c) $\frac{4}{3}\ g/cm^3$
d) $\frac{1}{2}\ g/cm^3$
e) $\frac{2}{2}\ g/cm^3$



Solución:
Hacemos el D.C.L. de la varilla (observe que el empuje hidrostático se ubica en el centro de gravedad del volumen sumergido).



* Paso b: Tomamos momentos en "O"

$$\sum M_0 = 0$$

Luego: $M_0^E = M_0^W$

$$Ed_E = Wd_W$$

$$E(3a\ Cos\alpha) = W(2a\ Cos\alpha)$$

$$3E = 2W$$

$$3(\gamma_1 V_S) = 2(\gamma V) \ldots (1)$$

* Como el 50% del volumen está sumergido.

Luego: $V_S = \frac{V}{2}$ … (2)

(2) en (1): $3\left[\gamma_1\left(\frac{V}{2}\right)\right] = 2\gamma V$

$$\frac{3}{4}\gamma_L = \gamma$$

Para el agua: $\gamma_L = 1\ \bar{g}/cm^3 \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{3}{4}\ \bar{g}/cm^3}$

$$\rho = \boxed{\frac{3}{4} g/cm^3}$$ **Rpta.**

8. Una tubería de 20 cm de diámetro, por la cual circula el agua llenándola completamente, tiene un estrechamiento de 10 cm de diámetro. Si la velocidad en la parte ancha es de 4 m/s. Hallar:
I. La velocidad en el estechamiento
II. El caudal
a) 16 m/s y $12,56\ m^3$
b) 16 m/s y $1,256\ m^3$
c) 16 m/s y $0,1256\ m^3$
d) 18 m/s y $0,1256\ m^3$
e) 12 m/s y $0,1256\ m^3$

Solución:
I. De la ecuación de continuidad:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi d_1^{\,2}}{4}.V_1 = \frac{\pi d_2^{\,2}}{4}.V_2$$

$$(20\times10^{-2})(4) = (10\times10^{-2})^2 V_2$$

$$(400\times10^{-4})4 = (100\times10^{-4})V_2$$

$$V_2 = \boxed{16\ m/s}$$

II. Cálculo del caudal "Q":

$$Q = A_1V_1 \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\pi d_1^{\,2}}{4}(4)$$

$$Q = \pi(20\times10^{-2})^2$$

$$Q = \boxed{0,1256\ m^3/s}$$

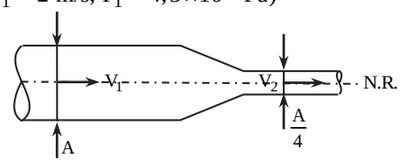
9. Por una tubería horizontal que tiene una contracción fluye agua. La presión es $4,5\times10^4$ Pa en un punto donde la rapidez es 2 m/s y el área es "A". Encuentre la presión en un punto donde el área es "A/4". ($\rho_{agua}=1000$ kg/m^3).

a) $1,8\times10^4$ Pa
b) $2,5\times10^4$ Pa
c) $1,2\times10^4$ Pa
d) $1,5\times10^4$ Pa
e) $1,5\times10^3$ Pa

Solución:

Trabajando en la tubería

$(V_1 = 2$ m/s; $P_1 = 4,5\times10^4$ Pa)



Por la ecuación de continuidad entre los puntos mencionados:

$$A_1V_1 = A_2V_2$$

$$2A = \frac{A}{4}V_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_2 = 8 \text{ m/s}}$$

Por la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = P_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2$$

$z_1 = z_2 = 0$ (Por coincidir con el N.R.)

Sustituyendo datos:

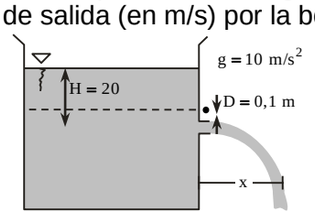
$$4,5\times10^4 + \frac{1000(2)^2}{2} = P_2 + \frac{1000(8)^2}{2}$$

$$4,5\times10^4 + 0,2\times10^4 = P_2 + 3,2\times10^4$$

$$P_2 = \boxed{1,5\times10^4 \text{ Pa}} \qquad \textbf{Rpta.}$$

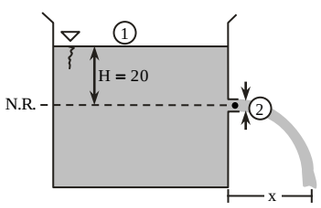
10. En el recipiente de la figura. Hallar la velocidad de salida (en m/s) por la boquilla.

a) 16
b) 18
c) 20
d) 25
e) 24



Solución:

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2:



$$P_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = P_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2$$

$$0 + 0 + \rho g H = 0 + \rho\frac{V_2^2}{2} + 0$$

$$V_2 = \sqrt{2gH} \quad \Rightarrow \quad V_2 = \boxed{20 \text{ m/s}}$$

TEMPERATURA

Es una propiedad macroscópica de la materia, es la medida del grado de calor o frío de los cuerpos. La temperatura es una medida de la energía cinética molecular interna media de un cuerpo.

ESCALAS DE TEMPERATURA:

Escalas relativas:

grados Celsius (°C), y grados Fahrenheit (°F)

Escalas absolutas:

Kelvin (K), y Rankine (R)

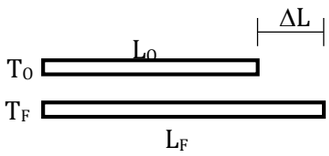
$$\frac{°C}{5}=\frac{°F-32}{9}=\frac{K-273}{5}=\frac{R-492}{9}$$

DILATACIÓN

Fenómeno que consiste en la deformación de los cuerpos debido al cambio de temperatura.

DILATACIÓN LINEAL

Es el incremento en longitud



$$\Delta L = L_O.\alpha.\Delta T$$

$$\Delta L = L_F - L_O \quad , \quad \Delta T = T_F - T_O$$

ΔL: Variación de longitud (m)

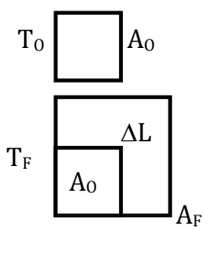
α: Coeficiente de dilatación lineal (ºC^{-1})

L_F: longitud final (m)

L_o: longitud inicial (m)

DILATACIÓN SUPERFICIAL

Es la variación del área.



$$\Delta A = A_O.\beta.\Delta T$$

$$\Delta A = A_F - A_O$$

$$\Delta T = T_F - T_O$$

$$\beta = 2\alpha$$

ΔA: Variación de área (m^2)

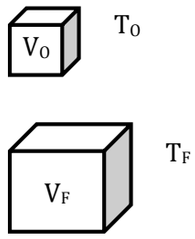
β: Coeficiente de dilatación superficial (ºC^{-1})

A_F: Area final (m)

A_o: Area inicial (m)

DILATACIÓN VOLUMÉTRICA

Es la variación en volumen



$$\Delta V = V_O.\gamma.\Delta T$$

$$\Delta V = V_F - V_O$$

$$\Delta T = T_F - T_O$$

$$\gamma = 3\alpha$$

ΔV: Variación de volumen (m^3)

γ: Coeficiente de dilatación volumétrica (ºC^{-1})

V_F: volumen final (m^3)

V_o: volumen inicial (m^3)

CALORIMETRIA

Es una parte de la Física que estudia la transferencia de calor y sus efectos así mismo las condiciones a la cual se da la transferencia de calor.

CALOR

Es la energía que se transmite de un cuerpo a otro debido únicamente a una diferencia de temperatura entre ellos.

"El calor es la energía no almacenable por los cuerpos debido a que su transferencia se realiza cuando los cuerpos alcanzan igual nivel térmico o de temperatura"

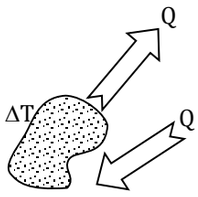
UNIDADES DE CALOR

Caloría: Es la cantidad de calor que se le entrega a 1 gramo de agua aumentar su temperatura en 1ºC .

B.T.U: (British Termal Unit) Es la cantidad de calor que se le entrega a 1 libra de agua para elevar su temperatura a 1ºF; es igual a 252 calorías.

CAPACIDAD CALORÍFICA

Es una cantidad física escalar que nos expresa la cantidad de calor que debe recibir o emitir un cuerpo para que su temperatura se modifique en 1ºC.



$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta T}}$$

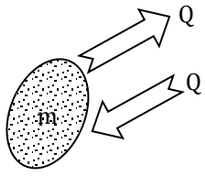
$$C = \frac{cal}{^oC}, \frac{kcal}{^oC}, \frac{B.T.U}{^oF}, \frac{J}{^oC}$$

CALOR ESPECÍFICO

Llamado también capacidad calorífica específica, nos expresa la capacidad calorífica del cuerpo por unidad de masa. El calor específico se caracteriza también porque posee el mismo valor numérico en todos los sistemas de unidades.

$$Ce = \frac{C}{m}$$

$$Ce = \frac{\frac{Q}{\Delta T}}{\frac{m}{1}}, \quad Ce = \frac{Q}{m\Delta T}$$

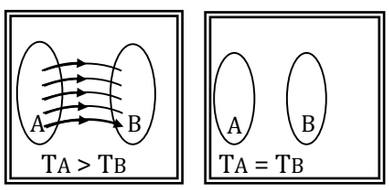


$$\boxed{Q = mCe\Delta T}$$

$$\begin{cases} Ce_{H_2O} = \frac{1cal}{g^oC} = 4200\frac{J}{kg^oC} \\ Ce_{hielo} = Ce_{vapor} = 0{,}5\frac{cal}{g^oC} = 2100\frac{J}{kg^oC} \end{cases}$$

Principio Fundamental de la Calorimetría

Se establece que en todo sistema aislado en el cual se encuentran 2 cuerpos de diferente temperatura, entre ellos existirá un flujo de calor desde el cuerpo de mayor temperatura hacia el cuerpo de menor temperatura, finalizando la transferencia cuando se logra el equilibrio térmico, es decir, la igualdad de temperatura de ambos cuerpos.



$$\boxed{Q_A^P = Q_B^G}$$

Calorímetro:

Es un recipiente de vidrio o metal forrado con material aislante con el fin de evitar fuga de calor al medio ambiente.

- El equivalente en H_2O de un calorímetro no es la cantidad de H_2O que hay en el sino otra masa de agua que absorbe o emite la misma cantidad de calor que la masa del calorímetro.

$$m_{H_2O}Ce_{H_2O} = m_{Cal}Ce_{Cal}$$

- Se dice que un recipiente tiene capacidad calorífica despreciable cuando no emite ni recibe calor.

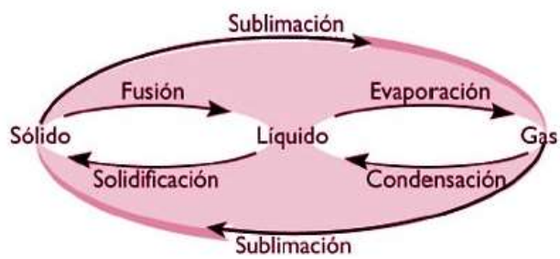
ESTADO

Es aquella situación que presenta un cuerpo y que está definido por sus propiedades termodinámicas: presión, temperatura, volumen y densidad-

FASE

Es un estado cualitativo que presentan las sustancias, que se caracteriza por presentarse homogéneamente su estructura física y así mismo su composición química; para el caso del H_2O este se presenta en 3 fases definidas: sólido, líquido y gaseoso.

Cambio de fase



Calor latente: $L = \frac{Q}{m}$

$$Lf_{hielo} = 80\frac{cal}{g} = 340\frac{kJ}{kg}$$

$$Lv_{H_2O} = 540\,\frac{cal}{g} = 2300\,\frac{kJ}{kg}$$

Equivalente mecánico de calor

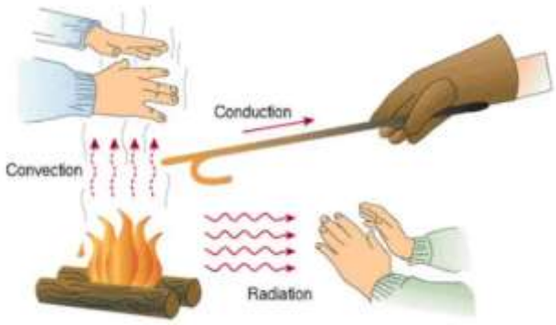
Es un factor de conversión que permite pasar de las unidades de calor a unidades de trabajo o energía mecánica o viceversa.

1 cal = 4,186 J

1 joule = 0,24 cal

TRANSFERENCIA DE CALOR

La transferencia de calor es el proceso físico de propagación del calor en distintos medios.



POR CONDUCCIÓN:

El calor por conducción se produce cuando dos objetos a diferentes temperaturas entran en contacto. El calor fluirá a través del objeto de mayor temperatura hacia el de menor buscando alcanzar el equilibrio térmico.

Flujo de calor (H):

$$H = \frac{-kA\Delta T}{L}$$

K= conductividad térmica del material en W/m.K

A= sección transversal de la conducción

L= longitud de la conducción

POR CONVECCIÓN

La transferencia de calor por convección, es la transferencia de calor de un lugar a otro por el movimiento de fluidos.

POR RADIACIÓN

Radiación es el proceso por el cual el calor se transfiere en forma de ondas electromagnéticas. La fuente de energía radiante más obvia es el Sol.

La rapidez de radiación o intensidad emitida por una superficie:

$$I = \frac{P}{A} = \varepsilon\sigma T^4$$

ε = emisividad de la superficie

P= potencia emitida o absorbida

Constante de Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5{,}67x10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}$$

T= temperatura absoluta

Si hay una dependencia con el medio la potencia es:

$$P = \varepsilon A\sigma(T^4 - T_o{}^4)$$

GASES

Un gas es un fluido que ocupa en su totalidad el recipiente que lo contiene y además ejerce una presión igual sobre todas las paredes del recipiente.

Es el estado de la materia que se caracteriza por tener una gran energía cinética interna debido a que la fuerza de repulsión intermolecular es mayor que la de atracción y es por eso que los gases carecen de forma y volumen definidos.

VOLUMEN: Es el espacio que ocupa una sustancia que en el caso de un gas es igual al recipiente que lo contiene. Se expresa en litros (l), mililitros (ml) o centímetros cúbicos (cm^3).

PRESIÓN: Es la magnitud física que expresa la relación que existe entre una fuerza y el área donde actúa. La presión en los gases es producida por el impacto de las moléculas del gas sobre las paredes del recipiente que lo contiene.

GAS IDEAL: Es un modelo teórico de gas que cumple exactamente los postulados de la teoría cinética molecular y las leyes de los gases ideales que se encuentran en la naturaleza son gases reales

los que a altas temperaturas y bajas presiones se comportan como gases ideales.

- ECUACIÓN GENERAL DE LOS GASES:

Para un proceso en dos etapas:

$$\Rightarrow \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

- ECUACIÓN UNIVERSAL DE LOS GASES O ECUACIÓN DE ESTADO.

Aplicable a los procesos generales donde varían simultáneamente la presión, el volumen y la temperatura del gas que se llaman variables de estado.

R = constante universal de los gases ideales

$\Rightarrow$ $\boxed{PV = nRT}$ Ecuación de estado

$$R=0{,}082\ \frac{atm - litro}{mol.K}$$

TERMODINÁMICA

Es la parte de la Física que tiene por finalidad estudiar las relaciones que existen entre calor y otra forma de energía, especialmente la energía mecánica o trabajo.

– Ciclo termodinámico:

Es aquel fenómeno que experimenta un sistema termodinámico, mediante el cual la sustancia de trabajo luego de varios procesos retorna a su estado original.

– Energía interna (U):

Es la suma total de los diferentes tipos de energía, que poseen las moléculas que forman parte de una sustancia o sistema mientras no se produzca cambio de estado, se cumple que la energía interna de un sistema depende únicamente de su temperatura absoluta.

Trabajo realizado por un gas ideal

Cuando un gas encerrado experimenta un proceso de expansión o comprensión desarrolla un trabajo que será dependiente de la presión que soporta y de los cambios producidos en su volumen.

PROCESOS TERMODINÁMICOS

- Proceso isobárico:

En este tipo de proceso la presión se mantiene constate y se verificara que el trabajo realizado por el gas (sist) directamente proporcional a la variación de su volumen.

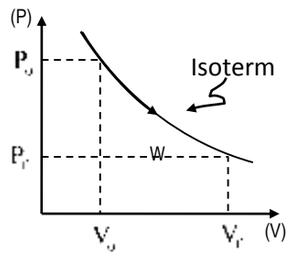
$$\boxed{W_{Gas} = P_{Gas} \times \Delta V}$$

- Proceso Isócoro o Isométrico

Para este proceso, el volumen se mantiene constante y el trabajo realizado por el gas es nulo dado que no hay a variación de volumen.

- Proceso isotérmico:

En este proceso la temperatura se mantiene constante. El trabajo realizado en este proceso está dado por el área es la gráfica P vs V.



$$\boxed{W = 2{,}3\ NRT\ 20g\left(\frac{V_f}{V_1}\right)}$$

- Proceso adiabático:

Es aquel tipo de proceso en el cual la sustracción de trabajo no gana ni pierde calor (Q = 0) y en donde la ecuación de estado es: $\left(PV^{\gamma} = cte\right)$; .

$$W = \frac{P_oV_o - P_fV_f}{\gamma - 2}$$

PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA:

Viene a ser el anunciado más general del principio de la conservación de la energía y nos indica que "que la cantidad de calor que recibe un sistema se

invierte en cambiar su energía interna y realizar trabajo mecánico."

$$Q = \Delta U + W$$

Maquina térmica:

Se denomina así a todo aquel dispositivo que se emplea para convertir calor en trabajo, la maquina térmica con la cual se logró la máxima eficiencia, la mayor conversión de calor en trabajo es aquella que sigue el ciclo de Carnot.

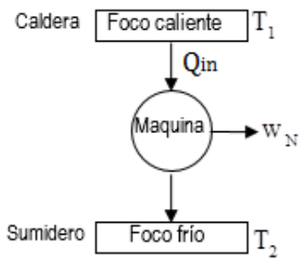
SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA:

Esta ley se basa en la programación natural que tiene el calor de las zonas de baja temperatura, sin embargo como una aplicación a las maquinas térmicas, esta ley establece que:

- En una maquina térmica es imposible que durante un ciclo todo el calor suministrado sea convertido íntegramente en trabajo.

- No es posible construir una maquina o dispositivo que opera continuamente en un ciclo, recibiendo calor de una sola fuente y produciendo una cantidad equivalente de trabajo.

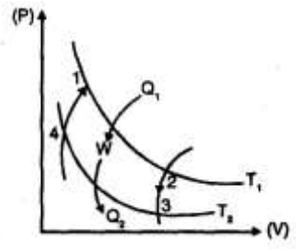
- Es imposible que exista un maquina térmica 100% eficiente.



Eficiencia: $\varepsilon = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, $\varepsilon = \frac{W_N}{Q_{in}}$

Ciclo de Carnot

Es aquel ciclo termodinámico que está constituido por 4 procesos termodinámicos: 2 isotérmicos y 2 adiabáticos, de la siguiente manera:



Proceso Isotérmico (T = ctte)

De (1) $\rightarrow$ (2) trabajo de expansión a T_1, el gas gana Q_1

De (3) $\rightarrow$ (4) trabajo de comprensión a T_2 el gas pierde $-Q_2$

Proceso Adiabático (Q = 0)

De (2) $\rightarrow$ expansión

De (4) $\rightarrow$ (1) comprensión

Eficiencia del Ciclo de Carnot

La eficiencia para este caso sólo depende de la temperatura absoluta de los focos frió y caliente.

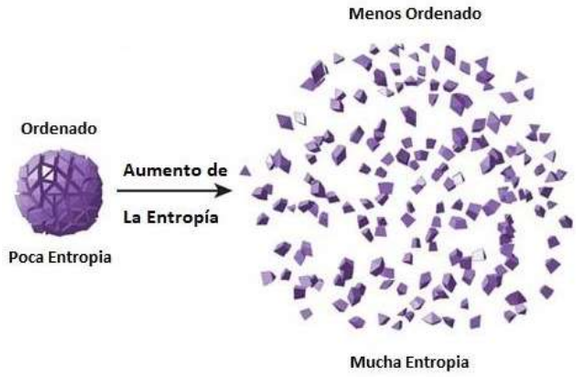
$$m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow m = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)100\%$$

ENTROPIA

La Entropía ΔS es una magnitud termodinámica que indica el grado de desorden molecular de un sistema.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

T= temperatura absoluta



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una escala termométrica absoluta Q marca 160 Q para -43°C. Para una sustancia que inicialmente estaba a -16°F y que experimenta un calentamiento de 80 Q, ¿Cuál será su temperatura final en F°?

   A) 151 F° B) 161 F° C) 171 F°
   D) 181 F° E) 191 F°

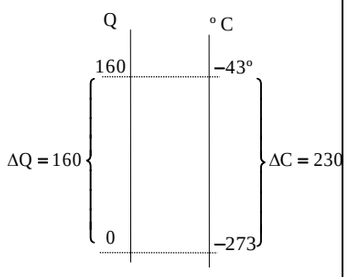
Solución:

De la gráfica utilizamos la variación de equivalente:

$160^o\,Q = 230^o\,C$

Obtenemos:

$80^o\,Q = 115^o\,C$



Luego:

$T_f = -16^o\,F + 80Q$

$T_f = -16^o\,F + 115C$

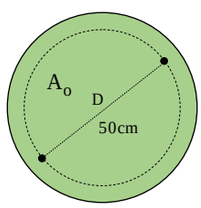
$T_f = -16^o\,F + \frac{(115)9}{5}{}^o\,F$

$T_f = -16^o\,F + 207^o\,F$

$\boxed{T_f = 191^o\,F}$

Rpta E

2. Cuando calentamos la placa mostrada haciendo que la temperatura varía en 100°C. ¿Cuál es la nueva separación entre los agujeros, aproximadamente? $\alpha = 2X10^{-5}{}^oC^{-1}$



A) 49,8 cm
B) 49,9 cm
C) 50,0 cm
D) 50,1 cm
E) 50,2 cm

Solución:

Teniendo en cuenta que las superficies huecas se dilatan igual que si estuviesen llenas, tenemos:

Para una dilatación superficial: $\beta = 2\alpha$

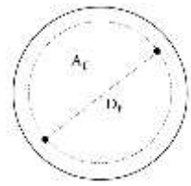
$A_f = A_o + \Delta A$

$A_f = A_o + A_o\beta\Delta T$

$\frac{\pi D_f{}^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4}(2)(2.10^{-5})100$

$D_f{}^2 = 50^2 + 50^2.4.10^{-3}$

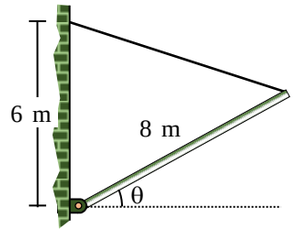
$\boxed{D_f \approx 50,1cm}$



Rpta D

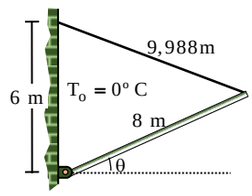
3. Una barra de 8 m de longitud y de peso despreciable, se encuentra sostenida por un alambre de 9,988 m y su coeficiente de dilatación lineal es igual a $12\times10^{-6}\,{}^oC^{-1}$. Si el conjunto inicialmente está a 0 ºC y la pared y la barra son indeformables. ¿Cuál será la temperatura final aproximadamente, en la que el ángulo sea θ=0º?

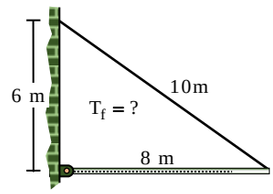
A) 102,5 ºC
B) 10,5 ºC
C) 100,1 ºC
D) 90,5 ºC
E) 106,6 ºC



Solución:

Al aumentar la temperatura, el cable se dilata y la barra llega a la posición horizontal (Θ=0º)





Luego tenemos que:

$L_f = L_o + \Delta L$

$10 = 9,988 + L_o.\alpha.\Delta T$

$10 - 9,988 = 9,988(12x10^{-6}).(T_f - 0)$

$0,012 = 9,988(12x10^{-6}).T_f$

$\frac{0,012}{9,988(12x10^{-6})} = T_f$

$\Rightarrow T_f \approx 100.1^o\,C$

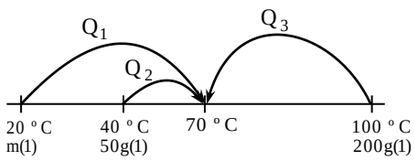
Rpta D

4. En un calorímetro de cobre se mezclan 50 g de agua cuya temperatura es de 40 ºC con 200g de agua hirviendo, llegado el equilibrio el termómetro del calorímetro marca 70 ºC. Hallar el equivalente en agua del calorímetro. La temperatura inicial del calorímetro era 20 ºC.

A) 50g B) 60g C) 70g
D) 80g E) 90g

Solución:

* Sea "m" la masa del agua equivalente del calorímetro
* El agua hierve a 100 ºC



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

* Cada calor se halla con:

$$Q = m\ Ce(T_F - T_0)$$

Luego:

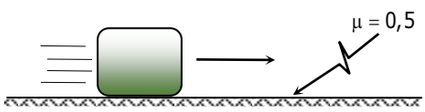
$$m(1)(70-20) + 50(1)(70-40) + 200(1)(70-100) = 0$$

$$50m + 1500 - 6000 = 0$$

$$m = \boxed{90\ g}$$ **Rpta**.E

5. Sobre una superficie rugosa pero aislante al calor se lanza horizontalmente un bloque metálico de calor específico igual a 0,01 cal/g°C. Si el bloque se detiene luego de recorres 10 m. ¿Cuál es el incremento de su temperatura? (g=10/s^2)

A) 0,6°C
B) 0,8°C
C) 1,0°C
D) 1,2°C
E) 1,4°C



Solución:

Por conservación de energía, el trabajo generado, por la fricción se convierte en calor.

$$W_{fr} = Q$$
$$-f_r d = c_e m(-\Delta T)$$
$$\cancel{m} g\mu d = c_e \cancel{m} \Delta T$$
$$10(0,5)(10)_{(Joules)} = 0,01\Delta T_{(calorias)}$$
$$50 = 0,01(4200)\Delta T$$

$$\frac{50}{42} = \Delta T \Rightarrow \boxed{\Delta T \approx 1,2^oC}$$

Rpta D

6. Un taladro emplea una potencia de 300 W para perforar esferas de acero de 2 kg, trabajo que demanda de 5 minutos. Hallar el incremento de la temperatura de las esferas sabiendo que estas absorben el 60% del calor desarrollado por la fricción. El calor específico del acero es $0,12\ cal/g\ ^oC$ ($1J = 0,24\ cal$).

Solución:

* Trabajo (W) por fricción desarrollado por el taladro:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow 300 = \frac{W}{5(60)}$$

$$W = 90000\ J$$

* Equivalencia en calorías:

$$W = Q_e = 9000(0,24\ cal)$$

$$Q_e = 21600\ cal \quad \ldots (1)$$

* El 60% de este calor es absorbido por las esferas

$$Q = 0,6Q_e$$

$$Q = 0,6(21600\ cal)$$

$$Q = 12960\ cal \quad \ldots (2)$$

* Este calor eleva la temperatura de las esferas:

$$Q = m\,Ce\,\Delta T$$

$$12960\ cal = (2000\ g)(0,12\ cal/g\ ^oC)\Delta T$$

$$\Delta T = \boxed{54\ ^oC}\ .$$

ELECTRICIDAD

La electricidad es un conjunto de fenómenos físicos que se producen cuando existe un movimiento de los electrones de los átomos que forman cualquier tipo de materia.

Hay dos tipos de electricidad: la estática y la corriente.

ELECTROSTÁTICA

Es la parte de la física que se encarga del estudio de los fenómenos producidos por cargas eléctricas estacionarias.

CARGA ELÉCTRICA

La carga eléctrica es una propiedad física intrínseca de algunas partículas subatómicas que se manifiesta mediante fuerzas de atracción y repulsión entre ellas a través de campos electromagnéticos.

La cantidad de carga eléctrica que posee un cuerpo (por exceso o defecto de electrones) es:

$$Q = n\,e^{-}$$

n: número entero, Q se mide en coulomb (C)

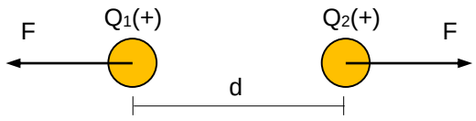
e: carga eléctrica fundamental = $-1{,}6\times10^{-19}$ C

LEY CUALITATIVA

Cuerpos con carga eléctrica de igual signo se repelen y con signos contrarios se atraen.

LEY DE COULOMB

La fuerza eléctrica de atracción o repulsión entre dos cuerpos con carga eléctrica es directamente proporcional al producto de sus cantidades de carga eléctrica e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.



$$F = k\cdot\frac{Q_1Q_2}{d^2}$$

Siendo:

k: constante de Coulomb

Para el aire o vacío:

$$K = \frac{1}{4\pi\in_0} = 9x10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

$\in_0$ = Permitividad eléctrica del aire o vacío:

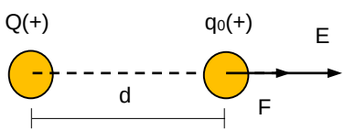
$$8{,}85\times10^{-12}\,\frac{C^2}{N\times m^2}$$

CAMPO ELÉCTRICO $\vec{E}$

Un campo eléctrico es un campo de fuerza creado por la atracción y repulsión de cargas eléctricas, es la causa del flujo eléctrico.

INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO

Magnitud que caracteriza al campo eléctrico. Matemáticamente es igual a la fuerza eléctrica por unidad de carga de prueba positiva colocada en un punto del campo eléctrico debido a una carga eléctrica.

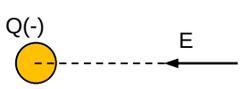


$q_0 << Q$

$$E = \frac{F}{q_0}$$, E se mide en N/C.

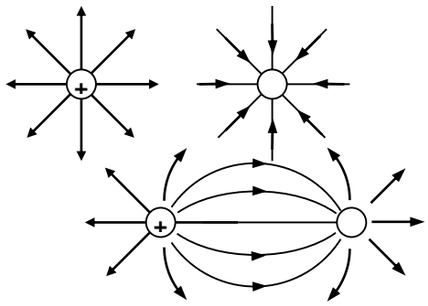
$$E = k\frac{Q}{d}$$

Si Q es (-) entonces E ingresa a dicha carga.



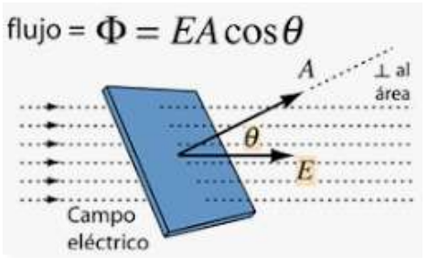
LÍNEAS DE FUERZA

Son líneas imaginarias que dan mejor representación del campo eléctrico.



FLUJO ELÉCTRICO (Φ_E)

Es una magnitud escalar que representa el número de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie. Su unidad en el Sistema Internacional es el newton - metro cuadrado por coulomb ($N \cdot m^2/C$).



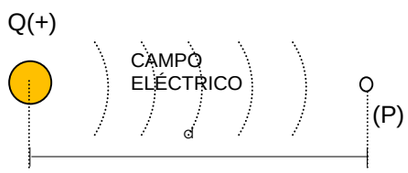
El flujo eléctrico total fuera de una superficie cerrada es igual a la carga encerrada, dividida por la permitividad.

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

POTENCIAL ELÉCTRICO (V)

Es una magnitud escalar que caracteriza al campo eléctrico.

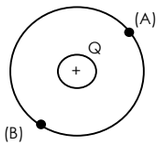
Para una carga Q será:



$$V_{(p)} = k\frac{Q}{d}$$

SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL

Es aquella cuyos puntos tienen igual potencial eléctrico.

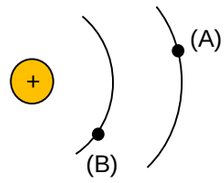


$V_{(A)} = V_{(B)}$

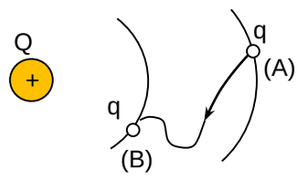
DIFERENCIA DE POTENCIAL

Se presenta entre puntos ubicados en superficies equipotenciales distintos.

$\Delta V = V_{(B)} - V_{(A)}$



TRABAJO PARA TRASLADAR UNA CARGA ENTRE DOS SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES



$$W^{Fext}_{A\to B} = q\left[V_{(B)} - V_{(A)}\right]$$

ELECTRODINÁMICA

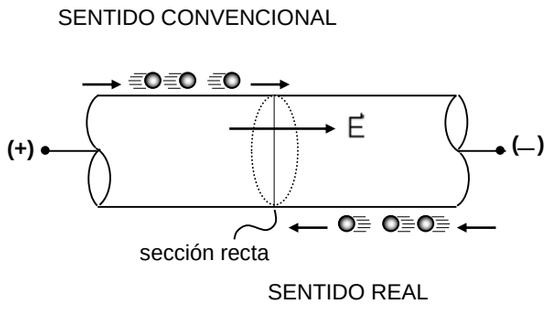
Es una parte de la electricidad donde se estudia el movimiento de las cargas eléctricas y sus efectos en los circuitos.

CORRIENTE ELÉCTRICA

Se denomina corriente eléctrica al flujo ordenado de los portadores de carga eléctrica a lo largo de un medio conductor, que está sometido a una diferencia de potencial.

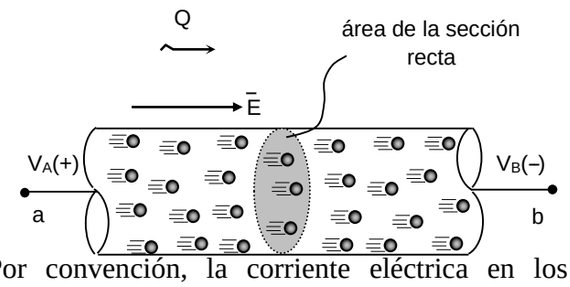
SENTIDO CONVENCIONAL DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

Convencionalmente se considera la circulación de la corriente eléctrica del polo positivo al polo negativo.



INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA "I"

Es una magnitud física escalar que mide la cantidad de carga eléctrica que pasa por la sección recta de un conductor en la unidad de tiempo.



Por convención, la corriente eléctrica en los conductores se da de las zonas de mayor potencial hacia las zonas de menor potencial, porque se asume que los portadores de carga son positivos.

$$I = \frac{Q}{t}$$

Donde:

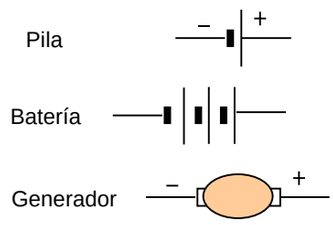
I : Intensidad de corriente eléctrica, se mide en ampere "A".

t : Tiempo transcurrido, en "s".

Q : Cantidad de carga que atraviesa por la sección recta del conductor, se mide en coulomb "C".

GENERADOR ELÉCTRICO

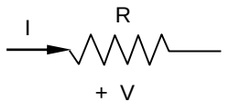
Es aquel dispositivo que entrega una diferencia de potencial entre sus bornes y que permite la formación de un campo eléctrico que ha de permitir el movimiento de las cargas a través de un circuito. Generalmente los generadores eléctricos son pilas o baterías. Se representan así:



$$1\,volt = \frac{1\,joule}{1\,coulomb} \qquad 1V = \frac{1J}{1C}$$

RESISTENCIA ELÉCTRICA

Es una característica que tienen los materiales de ofrecer dificultad al paso de la corriente eléctrica. Cuando pasa la corriente por la resistencia ésta se calienta, cualquiera que sea la dirección de la corriente debido a los choques entre partículas y la estructura atómica del material. Se representa así:



LEY DE OHM

Es una de las leyes de la electricidad y establece que la corriente eléctrica que surge en un circuito es directamente proporcional a la diferencia de potencial V_{ab} que se aplica e inversamente proporcional a su resistencia.

$$I = \frac{V_{AB}}{R}$$

Donde:

I : Intensidad de corriente eléctrica, medida en ampere "A".

V_{ab} : Voltaje o diferencia de potencial, medido en volt "V".

R : Resistencia eléctrica, medida en ohms "Ω".

La ley de Ohm se cumple sólo para materiales llamados óhmicos.

LEY DE POUILLET

Establece que la resistencia eléctrica de un alambre conductor rectilíneo depende en forma directamente proporcional con la longitud L e inversamente proporcional con el área de la sección recta A.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ : es el coeficiente de resistividad y caracteriza al material conductor, se mide en "ohm.metro" "Ω.m".

L : longitud en "m".

A: área de la sección en m^2.

POTENCIA ELÉCTRICA

Al pasar la corriente eléctrica por la resistencia se disipa potencia, se mide en watts "W".

$$P = V_{ab} \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V_{ab}^2}{R}$$

LEYES DE KIRCHHOFF

LEY DE NUDO O DE LAS CORRIENTES

La suma de las intensidades de corriente que llegan a un nudo es igual a la suma de intensidades que salen del nudo.

$$\Sigma I_{\text{ingresan al nudo}} = \Sigma I_{\text{salen del nudo}}$$

LEY DE MALLAS O DE LOS VOLTAJES

Para una rama o trayectoria abierta se cumple:

$$V_{\text{punto inicial}} + \Sigma V_{\text{rama}} = V_{\text{punto final}}$$

Para una malla o trayectoria cerrada los puntos inicial y final coinciden.

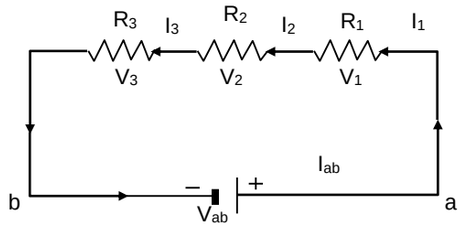
La suma de los incrementos y caídas de voltaje alrededor de un circuito cerrado es cero.

$$\Sigma V_{\text{malla}} = 0$$

ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS

EN SERIE

Dos o mas resistencias están en serie si tiene un único punto en común que no está conectado con un tercer elemento.



Características:

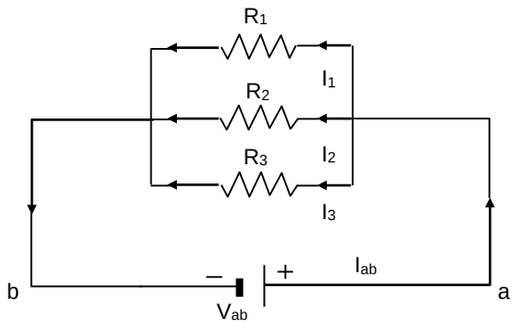
$I_{ab} = I_1 = I_2 = I_3$

$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3$

$R_{ab} = R_1 + R_2 + R_3$

EN PARALELO

Dos o más resistencias están en paralelo cuando se encuentran conectadas a dos puntos comunes.



Características:

$V_{ab} = V_1 = V_2 = V_3$

$I_{ab} = I_1 + I_2 + I_3$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

CAPACIDAD ELÉCTRICA (C)

Es una magnitud escalar que expresa en qué grado un material eléctrico puede almacenar carga eléctrica bajo una diferencia de potencial.

$$C = \frac{Q}{V}$$

La capacidad se mide en farad: (F)

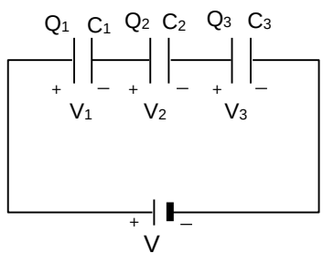
CONDENSADORES o CAPACITORES

Son dispositivos que permiten el almacenamiento de la energía en forma de campo eléctrico.

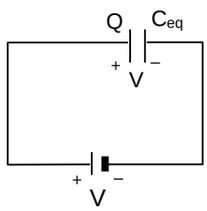
Para placas planas y paralelas: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES

EN SERIE



El circuito equivalente:



Características

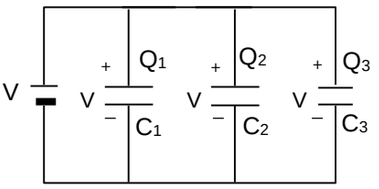
I) $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$

II) $V = V_1 + V_2 + V_3$

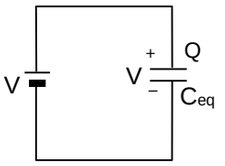
Para 2 Condensadores: $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

Para varios: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

EN PARALELO



El circuito equivalente:



Características:

I) $Q = Q_1+Q_2+Q_3$

II) $V = V_1=V_2=V_3$

III) $C_{eq} = C_1+C_2+C_3$

ENERGÍA EN EL CONDENSADOR

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}q.V = \frac{1}{2}q^2/C$$

PROBLEMAS DESARROLLADOS

01. En el diagrama se muestra dos cargas idénticas q; de 1,2N de peso cada una. Hallar q si estas cargas están en equilibrio y suspendidas del mismo punto con hilos aislantes de igual longitud

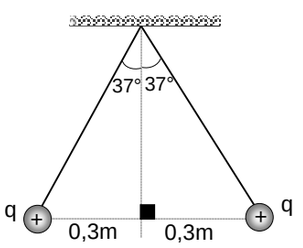
A) 3μC

B) 4μC

C) 5μC

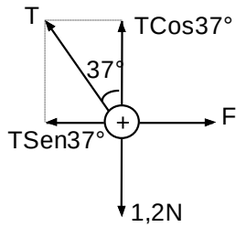
D) 6μC

E) 8μC



Solución:

Hacemos el DCL de una de las cargas



Tsen 37° = F ..... (1)

Tcos 37° = 1,2 .....(2)

(1) ÷ (2)

$$\frac{T\,Sen37°}{T\,\text{Cos}\,37°}=\frac{F}{1,2}$$

$$Tg\,37°=\frac{F}{1,2}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{F}{1,2}$$

$$F=0,9\;\Rightarrow\frac{Kq_1q_2}{d^2}=0,9$$

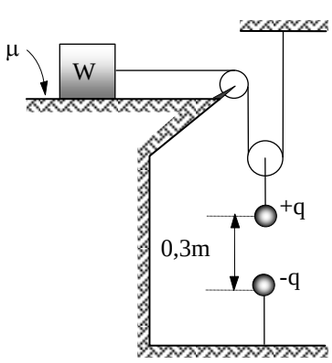
$$\frac{(9\,x10^9)(q)(q)}{(0,6)^2}=0,9\;\Rightarrow\;q=6\;x\;10^{-6}C$$

q = 6μC

Rpta D

02. La figura muestra dos cargas puntuales de magnitudes iguales $q=2.10^{-5}C$, pero signos diferentes y pesos 5N cada uno, separados una distancia de 0,3 m, además, la polea móvil pesa 15N, determinar el peso del bloque "W", sabiendo que está pronto a moverse. Existe rozamiento sólo entre el bloque y el piso horizontal $\mu_s=0,2$.

A) 450N
B) 150N
C) 650N
D) 900N
E) N.A



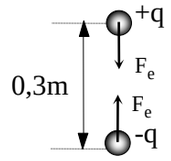
Solución:

Calculando la fuerza eléctrica primero:

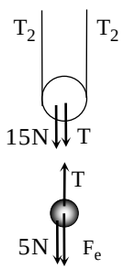
$$F_e=K\frac{q.q}{d^2}$$

$$F_e=9.10^9\,\frac{2.10^{-5}.2.10^{-5}}{(0,3)^2}$$

$$F_e=\frac{9.10^{-1}(4)}{9.10^{-2}}=40N$$



Luego de la polea tenemos que la fuerza de fricción tiene que ser:



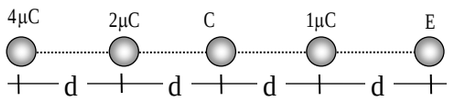
Esfera
$\sum F_y=0$
$T=5+F_e$
$T=5+40$
$T=45N$

Polea
$\sum F_y=0$
$2T_2=15+T$
$2f_r=15+45$
$f_r=30$
$W.(0,2)=30$
$W=150N$

Rpta B

03. Si las 5 cargas mostradas alineadas y son positivas, encontrándose la carga "C" en equilibrio. ¿Cuál es la carga de E?

A) $3\,\mu C$
B) $5\mu C$
C) $6\mu C$
D) $8\mu C$
E) $10\mu C$



Solución:

Como tienen signos iguales, entonces:

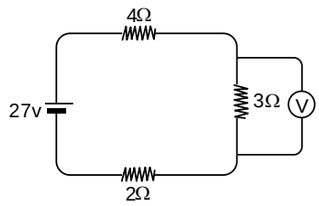
$$\frac{4}{(2d)^2}+\frac{2}{d^2}=\frac{1}{d^2}+\frac{q}{(2d)^2}$$

$$\frac{4}{4d^2}+\frac{2}{d^2}=\frac{1}{d^2}+\frac{q}{4d^2}$$

$$2=\frac{q}{4}\quad\Rightarrow\quad\boxed{q=8\mu C}$$

Rpta D

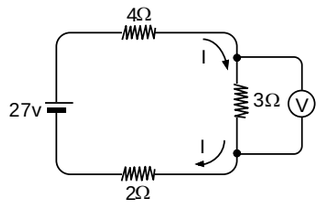
04. Un voltímetro ideal se ha conectado a los extremos de la resistencia de 3Ω. Determinar su lectura.



A) 1V B) 5V C) 2V D) 4V E) 9V

Solución:

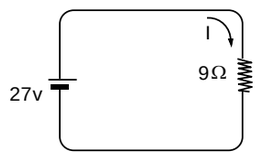
* Por el voltímetro ideal (V) prácticamente no circula corriente. Las resistencias de 4Ω, 3Ω y 2Ω están en serie.



* La lectura del voltímetro será:

$$V = I(3\Omega) \text{ ..... (1)}$$

* Reducimos al arreglo en serie



En la ley de Ohm:

V = I R

27V = I (9Ω)

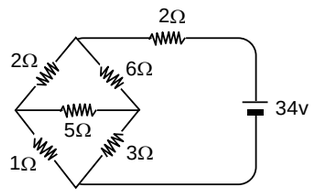
I = 3A ..... (2)

* Reemplazando (2) en (1):

$V = (3A)(3\Omega)$

$V = 9V$

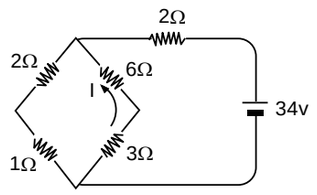
05. Considerando el siguiente circuito, calcule la lectura que se obtendrá e el amperímetro ideal.



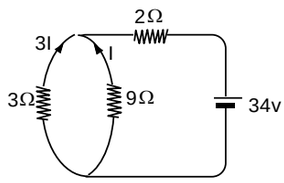
A) 2A B) 3A C) 4A D) 5A E) 1A

Solución:

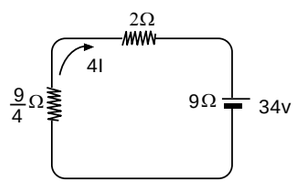
* Observe que en el circuito hay un puente Wheatstone; (3Ω)(2Ω) = (1Ω)(6Ω), y que la resistencia de 5Ω puede anularse.



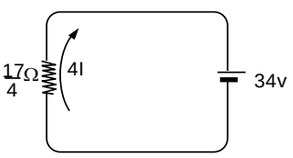
* Reduciendo el circuito y usando la propiedad del arreglo en paralelo: (3Ω)(3I) = (9Ω) I



* Juntamos 3Ω y 9Ω porque están en paralelo:



* $\frac{9}{4}\Omega$ y 2Ω quedan en serie; agrupando



Usando la ley de Ohm:

$$V_T = I_T R_T$$

$$34\ V = 4I\left(\frac{17}{4}\Omega\right)$$

I = 2A

* Esta corriente I = 2A será leída por el

amperímetro ideal.

06. Un cable homogéneo de 50Kg y su densidad es 6gr/cm^3, si el material que lo constituye tiene una resistividad de 5x10^{-8} Ω.m. Halla la longitud del cable sabiendo que ofrece una resistencia al paso de la corriente de 54Ω.

a) 2 m b)3 km c) 20 km d) 30 km e) 0,3 km

Solución:

Sabemos que D = $\frac{m}{v}=\frac{m}{A.L}$ (V = A x L)

$\Rightarrow A=\frac{m}{D}$.....(1)

Por la Ley de Poulliet:

R = $\rho\frac{L}{A}$.....(2)

Reemplazar (1) en (2):

R = $\rho\frac{L}{\left(\frac{m}{D.L.}\right)} \Rightarrow L=\sqrt{\frac{R.m}{\rho D}}$

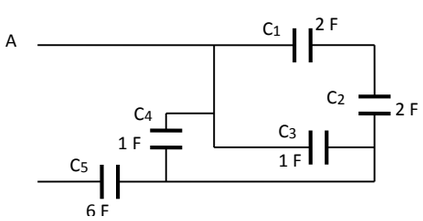
Reemplazando datos:

$L=\sqrt{\frac{54\times(5.10^4)}{(5\times10^{-6})(6)}}=3\times10^5 cm$

L = 3 km

RPTA: b

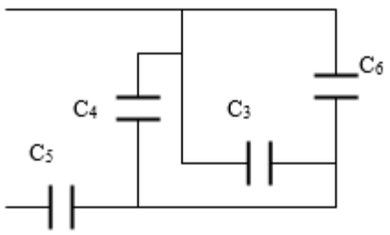
07. Determinar la capacidad equivalente entre A y B.



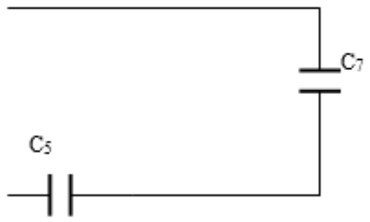
a) 2F B) 3F C) 5F D) 4F E) 1F

Solución

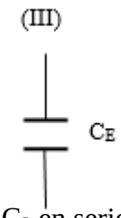
(I)



(II)



(III)



(I) C_1 y C_2 en serie (C_6)

$\frac{1}{C_6}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$ $\frac{1}{C_6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $C_6 = 1$ F

(II) C_6, C_3, C_4; en paralelo (C_7)

$C_7 = C_6 + C_3 + C_4$ $C_7 = 1 + 1 + 1 = 3$ F

$C_7 = 3$ F

(III) C_7, C_5; en série (C_E)

$$\frac{1}{C_E}=\frac{1}{C_7}+\frac{1}{C_5} \qquad \frac{1}{C_E}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$

$\boxed{C_E = 2F}$ Rpta A

ELECTROMAGNETISMO

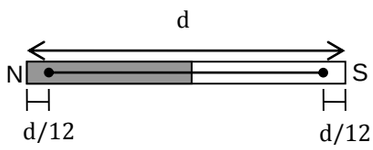
El Electromagnetismo es una rama de la física que estudia las relaciones entre la electricidad y el magnetismo, es decir, el campo magnético creado por la corriente eléctrica y el efecto de un campo magnético sobre una corriente eléctrica.

IMÁN

Son cuerpos que atraen el hierro y se orientan en una determinada dirección en el espacio.

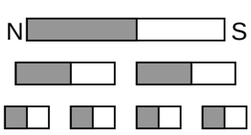
Propiedades de los imanes.

- Ciertas zonas del imán atraen con mayor intensidad a las limaduras de hierro y a estas zonas se les dio el nombre de "polos magnéticos". El centro de polo en el imán recto se halla a una distancia de los extremos igual a $\frac{1}{12}$ de la longitud del imán.), A la parte intermedia se le llama "zona neutra".



- Al suspender una imagen imantada de su centro de gravedad esta siempre se orienta con la dirección norte-sur geográficos aproximadamente. Al extremo que apunta al norte geográfico se le llamó "Polo Norte" del imán (N) y el extremo que apunta al sur geográfico se denomina "Polo Sur" del imán (S).

Los polos de un imán son inseparables, es decir si cortamos un imán en dos partes, cada una de estas porciones obtenidas constituyen un nuevo imán con sus respectivos polos Norte y Sur.



LEYES DE POLOS MAGNÉTICOS

1° Polos magnéticos iguales se repelen y diferentes se atraen.

2° LEY DE COULOMB: La fuerza de atracción o de repulsión entre dos polos o masas magnéticas es directamente proporcional al producto de los polos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

$$F = k\frac{m_1.m_2}{r^2}$$

Donde :

F = Fuerza Magnética

k = Constante magnética (aire o vacío) = 10^{-7} N/A^2

m_1 y m_2 = masas, polos o cargas magnéticas, en A.m

r = distancia

CAMPO MAGNÉTICO: Es toda región del espacio donde al colocar un polo o carga magnética esta experimenta una fuerza de repulsión o de atracción.

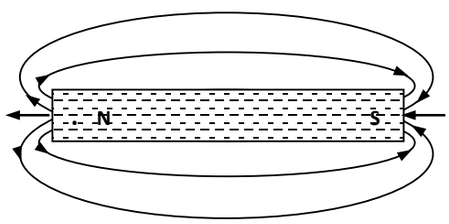
INTENSIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO: Se le llama también excitación magnética o fuerza magnetizante, es determinada por la relación entre la fuerza ejercida y la carga o polo magnético colocado en dicho campo.

$$B = \frac{F}{m} \qquad B = k\frac{m}{r^2}$$

B =Intensidad del campo magnético, en tesla (T)

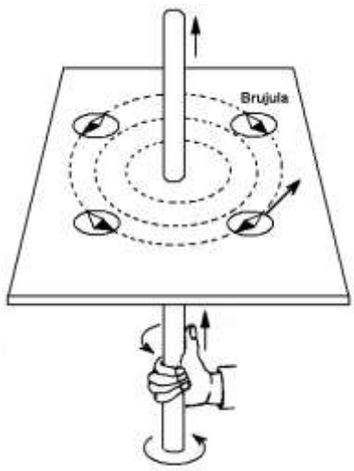
F = Fuerza

m = masa o polo

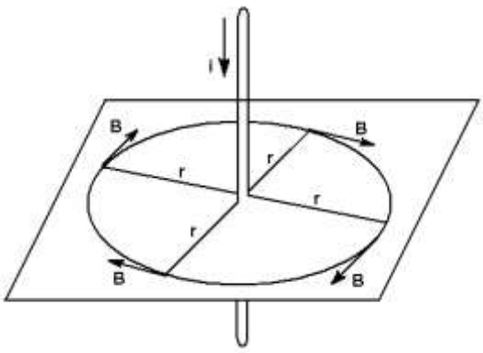


EXPERIENCIA DE OERSTED

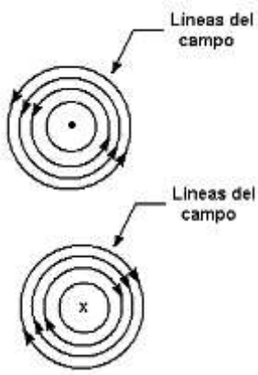
En 1820, el físico danés Hans Christian Oersted descubrió de manera casual que al hacer circular una corriente eléctrica por un cable conductor, este lograba desviar la aguja imantada de una brújula, lo que probaba que el movimiento de las cargas eléctricas genera alrededor de estas un campo magnético.



VECTOR CAMPO (B)



- Las líneas del campo magnético son circunferencias concéntricas que se van separando entre sí a medida que nos alejamos del centro (del conductor).



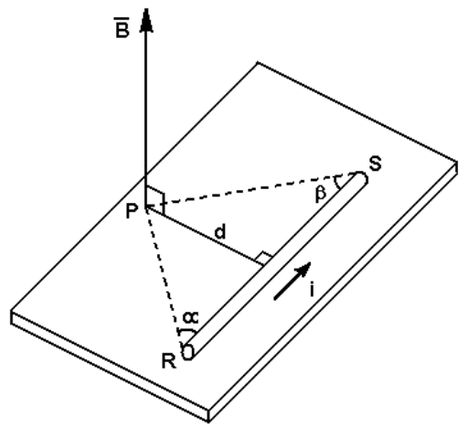
AI observar al conductor de punta, con la corriente dirigida hacia el observador se notara que las líneas del campo van en sentido antihorario mientras que si se observa por el otro extremo se las verá en sentido horario.

LEY DE BIOT - SAVART

Pocas semanas después de conocerse el descubrimiento de Oersted, los fisicos Jean B. Biot y Felix Savart investigaron sobre la intensidad de los campos creados por corrientes.

Para un segmento de corriente finito

Cuando un segmento conductor RS conduce una corriente de intensidad "i", como el mostrado en la figura genera un campo magnético tal que en un punto "P" contenido en su plano, el vector "B" será normal a dicho plano. AI unir el punto "P" con los extremos "R" y "S" del conducto, estos formaran con aquel ángulos "α" y "β" los cuales permiten definir el valor del campo en dicho punto.



$$B = \frac{\mu_o i}{4\pi d}(Cos\alpha + Cos\beta)$$

donde "d" es la menor distancia de "P" al segmento RS.

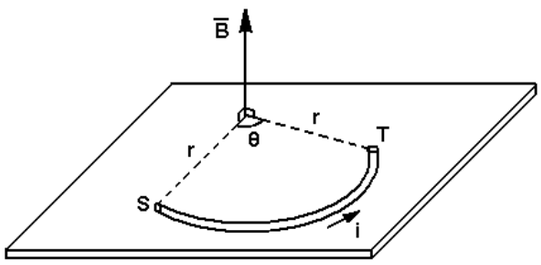
Para una recta de corriente infinita

Se demuestra que toda corriente que transporta un conductor "infinitamente largo" genera un campo magnético cuya intensidad es directamente proporcional con la corriente (i), pero inversamente proporcional con la distancia (d) al conductor.

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi}.\frac{i}{d}$$

Para un arco de corriente

Un conductor en forma de arco de radio "r", subtendido por un ángulo central "θ", producirá un campo magnético a su alrededor de manera que en el centro de curvatura la intensidad "B" de dicho campo estará dado por:



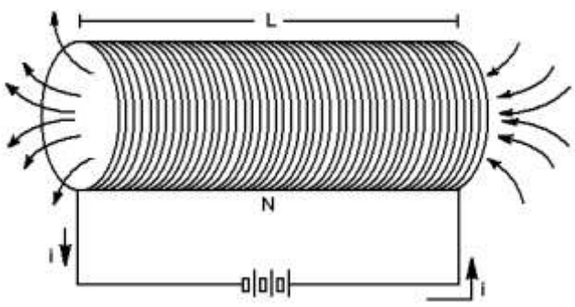
$$B = \frac{i.\theta.\mu_o}{4\pi.r}$$

donde "θ" se expresa en radianes.

Para un solenoide

Se llama también bobina, y es un conjunto de arrollamientos por donde circula una corriente, creando en su espacio interior un campo magnético debido a la superposición de los campos individuales que genera cada espira, de modo que éstos se refuerzan, dado que en todas las corrientes tienen el mismo sentido. Puede comprobarse que:

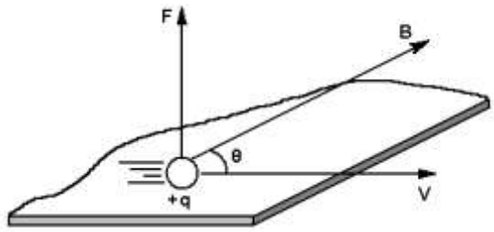
$$B_{centro} = 2\,B_{extremo}$$



$$B_{centro} = \frac{\mu_o.i.N}{L} = \mu_o.i.n$$

FUERZA MAGNÉTICA

Fuerza magnética sobre una carga "q" móvil



Debido a que una carga en movimiento genera su propio campo magnético, al ingresar a otro campo magnético se produce una interacción entre ellos, lo cual origina fuerzas de naturaleza magnética, cuya dirección será normal al plano que forman la velocidad (v) y el campo (B), y cuando la carga es positiva, su sentido viene dado por la regla de la mano derecha.

$$F = q.v.B.Sen\theta$$

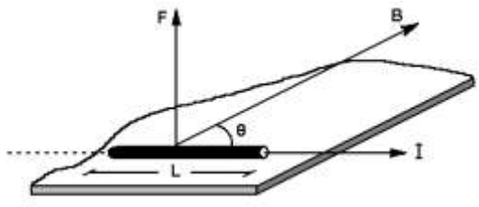
Si una carga se mueve dentro de un campo mixto (magnético y eléctrico), experimentará una fuerza por cada campo, de modo que a la resultante de ellas se le denomina: Fuerza de Lorentz.

$$\bar{F} = \bar{F}_m + \bar{F}_e$$

Donde: $\left|\bar{F}_m\right| = q.v.B$ y $\left|\bar{F}_e\right| = q.E$

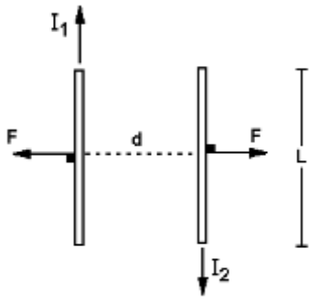
Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea

Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Su sentido viene dado por la regla de la mano derecha, y su módulo se determina así:



$$F = B.i.L.Sen\theta$$

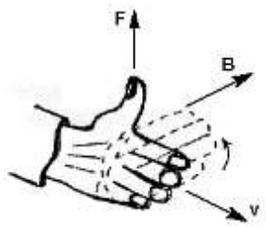
Fuerza magnética entre dos corrientes rectilíneas



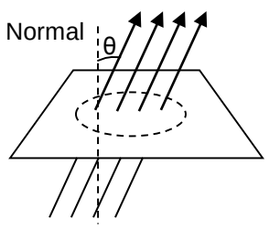
Si dos alambres paralelos conducen corriente eléctrica, entonces los campos magnéticos que ambos producen interactúan entre si originando fuerzas de atracción si las corrientes tienen el mismo sentido, y fuerzas de repulsión si aquellas tienen sentidos opuestos. Estas fuerzas son de igual módulo pero de direcciones contrarias.
El valor de estas fuerzas se determina así:

Regla de la mano derecha

Esta es una regla equivalente a la anterior y para una carga positiva se verifica que:



FLUJO MAGNÉTICO (Φ).- Es el número de líneas del campo magnético que atraviesa un área determinada.



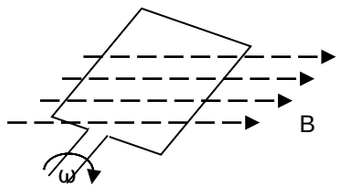
$$\phi = B.A.\cos\theta$$

ϕ = Flujo magnético, en weber (wb)
B = Campo magnético (T = wb/m^2)
A = Área de la superficie (m^2)
θ = Ángulo entre B y la normal

INDUCCION ELECTROMAGNETICA

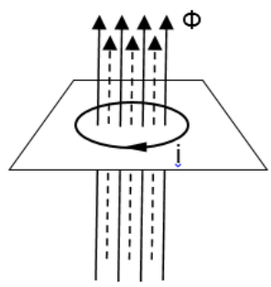
Es aquel fenómeno físico que consisten producir una corriente eléctrica por medio de un campo magnético variable.

Fuerza electromotriz inducida (ε).- Es la energía que recibe la carga eléctrica que forma la corriente inducida.

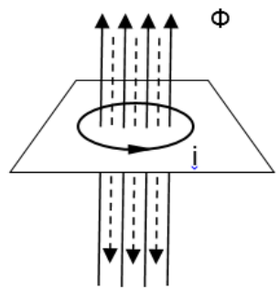


LEY DE LENZ.- "La corriente que se induce en el circuito tiene sentido tal que se opone a la causa que lo produce"

Si el flujo magnético externo está aumentando, el sentido de la corriente inducida (I) producida por la f.e.m, tiene sentido horario.



Si el flujo magnético externo está disminuyendo, el sentido de la corriente inducida (I) producida por la f:e.m. tiene sentido antihorario.



En una espira la f.e.m. inducida es: $\varepsilon = \frac{-\Delta\phi}{\Delta t}$

Si el circuito está formado por N espiras el efecto se hace N veces mayor. $\varepsilon_i = -N\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

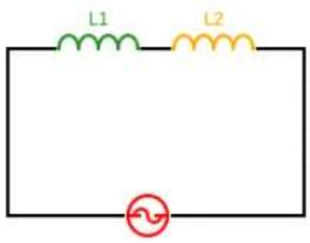
INDUCTORES

Los inductores no son más que dispositivos magnéticos de almacenamiento de energía. Físicamente es una bobina de alambre conductor, envuelto alrededor de un núcleo sólido o sin núcleo.

Cuando la corriente comienza a fluir a través de la bobina, el campo magnético comienza a expandirse, luego, después de un tiempo, se estabiliza y almacena cierta cantidad de energía magnética. Cuando el campo colapsa gradualmente, la energía magnética se convierte nuevamente en energía eléctrica. Los inductores producen flujo magnético, proporcional a la corriente que fluye a través de ellos.

La inductancia se mide en henrys (H)

INDUCTORES EN SERIE:

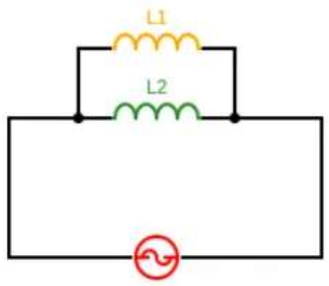


V_{Total} V $=_1 + V_2$

$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots .. + L_n$

INDUCTORES EN PARALELO:

El voltaje en cada inductor es el mismo.



$$L_{eq} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \ldots\ldots \frac{1}{L_N}\right)^{-1}$$

ENERGÍA ALMACENADA EN EL INDUCTOR:

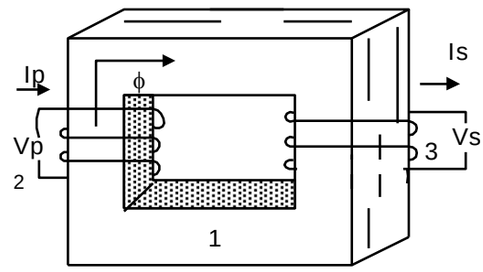
$U = Li^2/2$

TRANSFORMADOR

Se denomina así a todo dispositivos diseñado con la finalidad de modificar el voltaje o la intensidad de corriente alterna. Un transformador por lo general está constituido por:

- Un núcleo de hierro o de un material magnético cuya función es la de concentrar el campo magnético en su interior.

- Dos arroyamientos los cuales se emplean uno para recibir el voltaje que se desea modificar y dos para suministrar el voltaje modificado. Al primer arroyamiento se le denomina primario y al segundo secundario.



1) Núcleo de Hierro
2) Primario
3) Secundario

$$Vp = -Np\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$Vs = -Ns\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$\frac{Vp}{Vs} = \frac{Np}{Ns}$$

Si las pérdidas son despreciables

Luego:

$$\boxed{\frac{Vp}{Vs} = \frac{Np}{Ns} = \frac{Is}{Ip}}$$

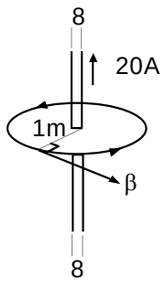
PROBLEMAS DESARROLLADOS

1. Halle la inducción magnética a 1m de un cable infinito que lleva a una corriente de 20A.

A) $4\,.\,10^{-6}\,T$ B) $6\,.\,10^{-6}\,T$ C) $8\,.\,10^{-6}\,T$
D) $2\,.\,10^{-6}\,T$ E) $3\,.\,10^{-6}\,T$

Solución:

* Representemos el campo magnético (B) a un metro de cable infinito.



Para un cable infinito; la inducción es: $\boxed{\beta = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$

$$\beta = \frac{\left(4\pi.10^{-7}\right)(20)}{2\pi\,(1)} \qquad \boxed{\beta = 4\,.\,10^{-6}\,T}$$

Rpta A

2. Calcule la corriente que debe fluir por un largo alambre recto y vertical, si deseamos producir un campo magnético de $2.10^{-6}T$ a 40cm de este alambre

A) $4A$ B) $3A$ C) $2A$ D) $1A$ E) $5A$

Solución:

* Para un alambre largo y recto (infinito) la inducción magnética es:

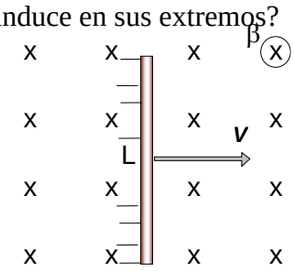
$$\beta = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

* Reemplazando:

$$2\,.\,10^{-6}T = \frac{\left(4\pi.10^{-7}\,\frac{Wb}{A.m}\right)I}{2\pi\,(4.10^{-1}m)} \qquad \boxed{I = 4A}$$

Rpta A

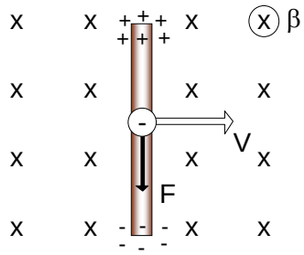
3. Una barra conductora de 0,5m de longitud se mueve hacia la derecha con una rapidez de 20m/s en presencia de un campo magnético entrante uniforme β = 0,2T. ¿Qué fuerza electromotriz se induce en sus extremos?



A) 1V
B) 2V
C) 3V
D) 4V
E) 5V

Solución:

* Usando la palma de la mano derecha se observa que los electrones empujados hacia abajo:



* La fem inducida entre sus extremos será:

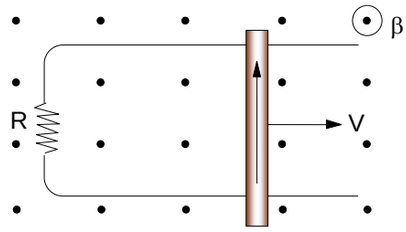
$\varepsilon = \varpi\,\beta\,L$

$\varepsilon = (20m/s)(0,2)(0,5m)$

$\boxed{\varepsilon = 2V}$

Rpta B

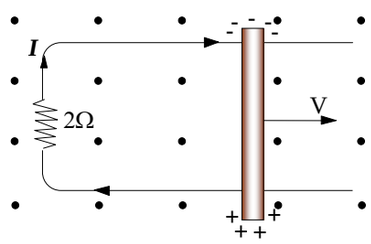
4. Encuentra la corriente que circula por la resistencia de 2Ω cuando la barra de 0,25m desliza pegada a los rieles con una velocidad de 10m/s. El campo magnético uniforme es β = 0,4T



A) 0,1A B) 0,2A C) 0,3A
D) 0,4A E) 0,5A

Solución

* Calculamos la diferencia de potencial (ε) entre los extremos



$\varepsilon = \nu\,\beta\,L$

$\varepsilon = (10m/s)(0,4T)(0,25m)$

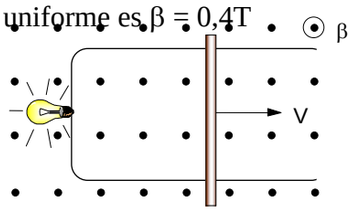
ε = 1V ..... (1)

* Hallamos la corriente inducida con la ley de Ohm: $\varepsilon = I\,R$

1V = I(2Ω) $\boxed{I = 0,5A}$

Rpta E

5. Calcule la corriente que fluirá por el foquito, cuya resistencia es de 5Ω, cuando la barra conductora de 1m de longitud se mueva hacia la derecha a razón de 10m/s. El campo magnético uniforme es β = 0,4T



A) 0,4A B) 0,5A C) 0,8A
D) 0,7A E) 0,9A

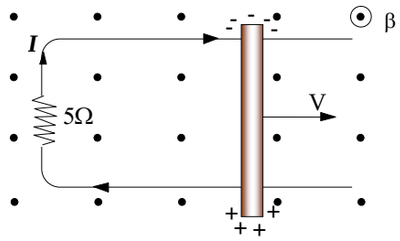
Solución:

* Hallamos la fuerza electromotriz inducida en la barra

$\varepsilon = \nu\,\beta\,L = (10m/s)(0,4T)(1m)$

$\varepsilon = 4V$

* Graficamos la corriente inducida a través del foquito (R = 5Ω)



* para hallar la corriente inducida (I) usamos la ley de Ohm

$\varepsilon = I\,R$

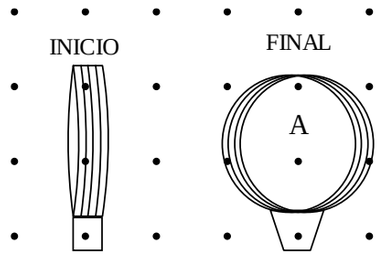
4V = I(5Ω) $\boxed{I = 0,8A}$

Rpta C

6. Una bobina plana tiene una sección de $0,04\ m^2$ y se dispone de un campo magnético uniforme de 0,02 T tal que su plano resulta ser paralelo a las líneas de inducción del campo magnético. En la bobina hay 200 espiras muy juntas. ¿Qué f.e.m. media se induce en la bobina si se le hace girar 90º en 1/25 s alrededor de un eje perpendicular al campo?
A) 1V B) 2V C) 3V
D) 4V E) 5V

Solución:

- Representamos las ubicaciones de las bobinas con respecto al campo magnético



- Flujo inicial

$\varnothing_0 = BA\cos 90^o$

$\varnothing_0 = 0$ … (1)

- Flujo final $(\varnothing_F)$:

$\varnothing_F = BA\cos 0^o$

$\varnothing_F = (0,02)(0,04)(1)$

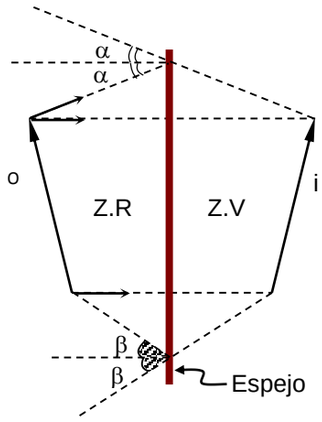
$\varnothing_F = 8\times10^{-4}\ Wb$ … (2)

- f.e.m. inducida media:

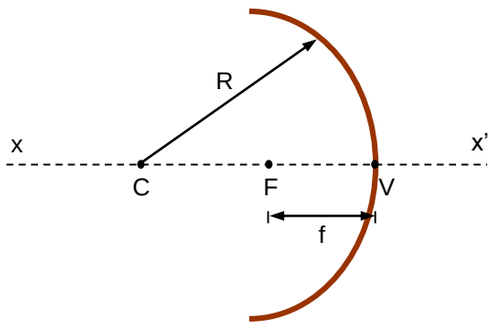
$E_I = -N\dfrac{(\varnothing_F - \varnothing_0)}{\Delta t}$

$E_I = -200\dfrac{(8\times10^{-4} - 0)}{1/25}$

$E_I = -4V \Rightarrow \boxed{E_I = 4\ V}$ Rpta D



ESPEJOS ESFÉRICOS.- Son aquellos que son parte de una esfera y se utilizan para disminuir o aumentar el tamaño de los objetos



Elementos

C : Centro de curvatura

R : Radio de curvatura

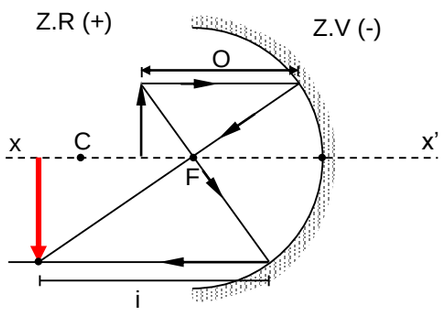
F : Foco

V : Vértice

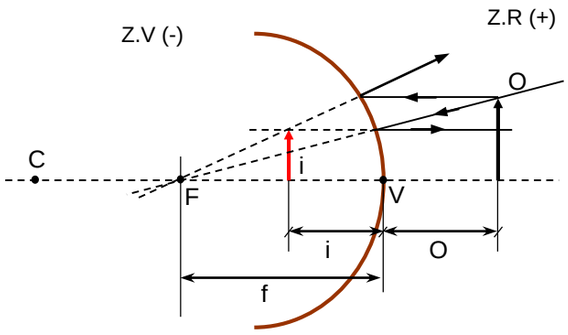
f : Distancia focal $f = \frac{R}{2}$

xx' : Eje Principal

ESPEJO CÓNCAVO :



ESPEJO CONVEXO :



ECUACIÓN DE DESCARTES

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{O} + \frac{1}{i} \qquad A = -\frac{i}{O}$$

O : Distancia del objeto al vértice

i : Distancia de la imagen al vértice

$$\text{AUMENTO(A)} = \frac{\text{Tamaño Imagen}}{\text{Tamaño Objeto}} \frac{\text{(T.I)}}{\text{(T.O)}}$$

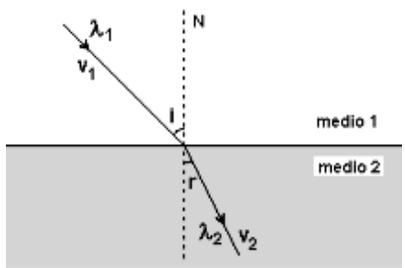
f: Positivo (cóncavo)
Negativo (convexo)

i: (+) Imagen real
(-) Imagen virtual

A: (+) Imagen derecha
(-) Imagen izquierda

REFRACCIÓN DE LA LUZ

Es aquel fenómeno que experimenta un rayo de luz u onda luminosa al pasar de una sustancia hacia otra, ésta sufre una desviación en su dirección y modifica su velocidad y longitud de onda.



Donde: i : ángulo de incidencia
r : ángulo de refracción

La longitud de onda es mayor en el medio de menor densidad pues su velocidad de propagación también es mayor.

INDICE DE REFRACCIÓN (n)

La velocidad "v" que lleva la luz al atravesar un medio material (vidrio, agua, aire, etc.) es propia del mismo y siempre inferior a la del vacío "c".

Se define como índice de refracción "n" de un medio al cociente:

$$n = \frac{c}{v}$$

para el vacío n=1

LEY DE SNELL

La relación entre los ángulos de incidencia y refracción están ligados a los índices de refracción de los medios donde se propaga la luz.

$$n_1 . \text{Sen } i = n_2 . \text{Sen } r$$

Donde:

n_1 : índice de refracción del medio incidente

n_2 : índice de refracción del medio donde se refracta la luz.

LENTES

Llamaremos lente a aquel cuerpo transparente limitado por dos superficies, una de las cuales es siempre esférica. Por sus propiedades refractantes los lentes son utilizados principalmente para corregir defectos visuales como el astigmatismo, miopía e hipermetropía.

Lentes convergentes

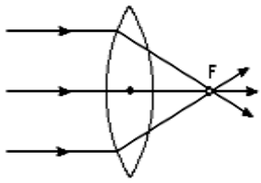
Los rayos que inciden sobre una de sus caras, y de forma paralela a su eje principal, se refractan concentrándose en un punto del eje llamado foco principal.

Lentes divergentes

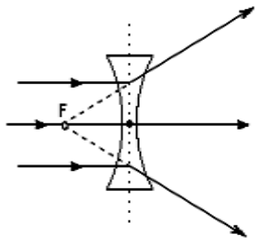
En estos lentes, los rayos que inciden paralelas al eje principal se refractan de manera que sus prolongaciones no se intersectan.

Lentes Convergentes Lentes Divergentes

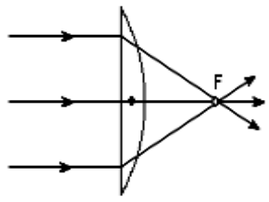
1) Biconvexa



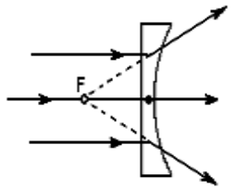
1) Bicóncava



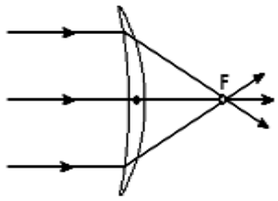
2) Plano convexa



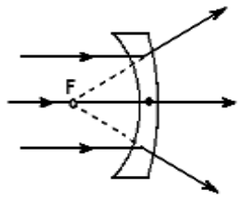
2) Plano cóncava



3) Menisco convergente

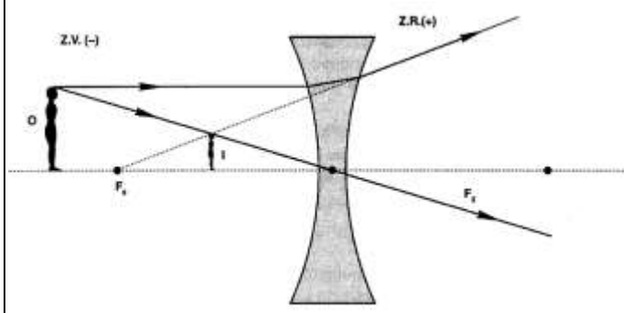


3) Menisco divergente



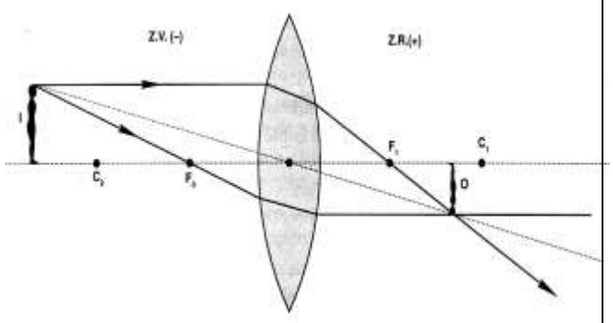
Formación de Imágenes: Rayos principales

A) Lentes divergentes.

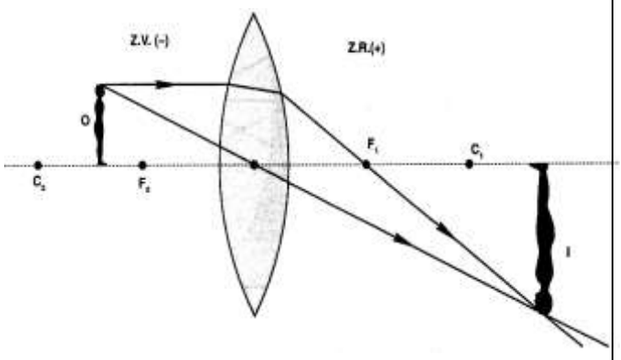


B) Lentes convergentes.

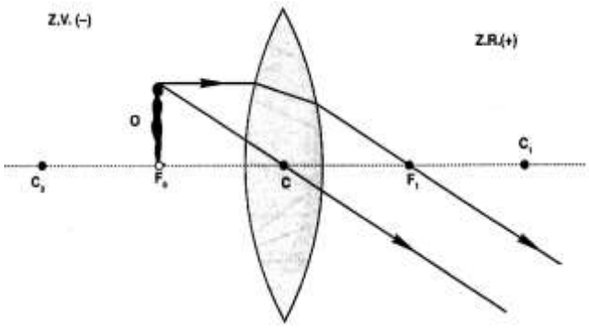
Caso: el objeto más allá de C_2



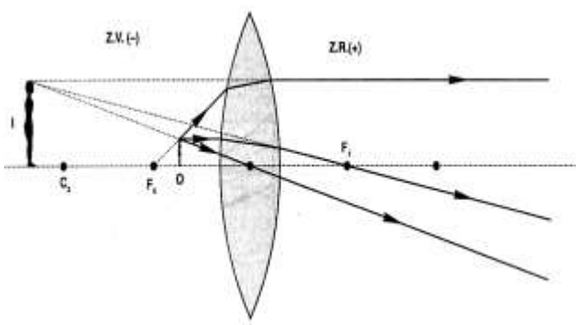
Caso: el objeto en C_2 y F. Su imagen es real, invertida y de mayor.



Caso: el objeto en el foco. No hay imagen



Caso: objeto entre F_o y el centro óptico



Ecuación de Los Fabricantes de Lentes

$$\frac{1}{f} = \frac{(n - n_o)}{n_o}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

n : índice de refracción de la lente.

n_o : índice del medio en que se encuentra la lente, para el aire es igual a la unidad.

R_1: radio de la superficie que esta frente al objeto.

R_2: radio de la superficie que no está frente al objeto.

Ecuación de los Focos Conjugados

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

Ley de Signos:

	Lente divergente	Lente convergente
o	(+) siempre	(+) siempre
i	(-) imagen virtual	(+) imagen real (-) imagen virtual
f	(-) siempre	(+) siempre

Aumento:

$$A = \frac{\text{Tamaño imagen}}{\text{Tamaño objeto}}$$

También: $A = \frac{-i}{o}$

Signos:

A (+) : imagen derecha

A (-) : imagen invertida

Las imágenes virtuales son derechas y las imágenes reales son invertidas.

Potencia de una lente

Es una característica de la lente. Se mide por la inversa de la distancia focal, y se expresa en dioptrías cuando la distancia " f " viene dada en metros.

$$P = \frac{1}{f}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Calcular la intensidad luminosa de una lámpara situada a 90 cm. de una pantalla, sabiendo que sobre dicha pantalla produce la misma iluminación una lámpara de 32 candelas situada a 60 cm de la pantalla

   A) 48 cd B) 21 cd C) 14 cd

   D) 72 cd E) 32 cd

   Resolución:

   $E_1 = E_2$

   $\frac{I_1}{d_1^{\,2}} = \frac{I_2}{d_2^{\,2}}$

   $\frac{I_1}{8100cm^2} = \frac{32cd}{3600cm^2}$

   $I_1 =$ $\boxed{72\ cd}$ **Rpta.**

2. Una lámpara fluorescente de 10 watts. De potencia tiene una intensidad luminosa de 35 candelas encontrar su eficiencia luminosa, en lumen/watt. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

   A) 440 B) 320 C) 44,4

   D) 44 E) 330

   Resolución:

   $n = \frac{4\pi I}{P}$

   $n = \frac{4\left(\frac{22}{7}\right)(35)}{10}$

   $n = \frac{440}{10} \Rightarrow n =$ $\boxed{44}$ **Rpta**

3. Una lámpara de 160 candelas que se encuentran en el centro de una esfera de 4 m de radio ilumina una superficie de $5\,m^2$, calcular el flujo luminoso, en lumen.

   A) 50 B) 60 C) 100

   D) 80 E) 40

   Resolución:

   $I = \frac{f}{w}; w\frac{A}{R^2}$

   $I = \frac{f}{A/R^2}$

   $f = I\frac{A}{R^2}$

   $f = 160\left(\frac{5}{16}\right) \Rightarrow f =$ $\boxed{50}$ **Rpta.**

4. Para un espejo plano, ¿cuál de los siguientes enunciados se cumple?

   A) El rayo reflejado no se refleja

   B) El ángulo incidente es igual al ángulo refractado

   C) El ángulo incidente es igual al ángulo reflejado

   D) El ángulo reflejado está formado por el rayo incidente y la normal

   E) El rayo de reflexión es menor que el rayo incidente

   Resolución:

   El ángulo incidente es igual al ángulo reflejado

   Una de las leyes de la reflexión es que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

5. A 15cm de un espejo cóncavo de 30cm de distancia focal se coloca un objeto. ¿A qué distancia del espejo se forma la imagen?

   A) 30cm B) 20cm C) 15cm

   D) 45cm E) 10cm

   Resolución:

   Como: $p = 15cm$; $f = 30cm$; $q = ?$

   Por descartes:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q}=\frac{1}{30}-\frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{q}=\frac{1-2}{30} \Rightarrow q=\boxed{-30\text{cm}}$$ **Rpta.**

6. En el gráfico, determinar la iluminación sobre el punto "P" que produce la fuente de 250 Cd.

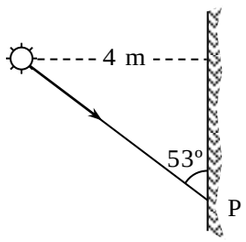
A) 8 lx

B) 40 lx

C) 6 lx

D) 20 lx

E) 4 lx



Resolución:

Formula $\boxed{E=\frac{I\times\cos\alpha}{d^2}}$

$$E=\frac{250\times\cos 37^\circ}{5^2} \Rightarrow E=\frac{250\times\frac{4}{5}}{25}$$

$$E=\boxed{8\text{ lx}}$$ **Rpta**

7. Un observador se ubica a 80 cm de un espejo cóncavo de 60 cm de radio de curvatura, si el observador se acerca al espejo a razón de 10 cm/s mientras mira su imagen, ¿en cuánto tiempo más dejará de ver su imagen?

Resolución:

* La distancia focal es:

$$f=\frac{R}{2}=30\text{ cm}$$

* Sabemos que si el observador se ubicara en el foco no podrá ver su imagen (ya que se forma en el infinito).

* Para que el observador llegue al foco debe caminar:

$$e=80\text{ cm}-30\text{ cm}$$

$$e=50\text{ cm}$$

Luego el tiempo adicional será

$$t=\frac{e}{V}=\frac{50\text{ cm}}{10\text{ m/s}}$$

$$t=\boxed{5\text{ s}}$$ **Rpta.**

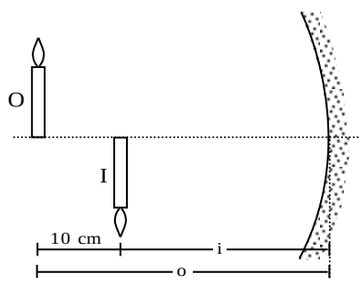
8. Empleando un espejo cóncavo de 12 cm de distancia focal, se obtuvo una imagen real más pequeña que el objeto, la cual se formó a 10 cm del objeto. ¿a qué distancia del espejo se formó la imagen?

Resolución:

* Si la imagen es real, será invertida y se ubicará delante del espejo.

* Si la imagen es más pequeña que el objeto, se ubicara más cerca del espejo.

Luego, graficando el objeto (O) y la imagen (I)



Por la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{i}+\frac{1}{o}$$

$$\frac{1}{12}=\frac{1}{i}+\frac{1}{i+10}$$

$$\frac{1}{12}=\frac{i+10+i}{i(i+10)}$$

$$i^2+10i=24i+120$$

$$i^2-14i-120=0$$

$$(i-20)(i+6)=0$$

$$i=\boxed{20\text{ cm}}$$ **Rpta.**